

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY****KOD**

--	--	--

**PESEL**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to

**E-100.**
 Jeżeli tak – przyklej naklejkę.  
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

# EGZAMIN MATURALNY



## MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

**TEST DIAGNOSTYCZNY**TERMIN: **marzec 2021 r.**CZAS PRACY: **180 minut**LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50****WYPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- nieprzenoszenia  
zaznaczeń na kartę
- dostosowania  
zasad oceniania
- dostosowania w zw.  
z dyskalkulią.

EMAP-R0-**100**-2103**Instrukcja dla zdającego**

- Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–15).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
- Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
- Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
- W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
- Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
- Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
- Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
- Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
- Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
- Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
- Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba  $\log_2 9$  jest równa

A.  $\frac{1}{\log_3 4}$

B.  $\log_3 4$

C.  $\frac{1}{\log_3 \sqrt{2}}$

D.  $\log_3 \sqrt{2}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Dane są dwie urny z kulami. W pierwszej urnie jest 10 kul: 8 białych i 2 czarne, w drugiej jest 8 kul: 5 białych i 3 czarne. Wylosowanie każdej z urn jest jednakowo prawdopodobne. Wylosowano jedną z tych urn i wyciągnięto z niej losowo jedną kulę. Wyciągnięta kula była czarna. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula pochodziła z pierwszej z tych urn, jest równe

A.  $\frac{2}{18}$

B.  $\frac{15}{23}$

C.  $\frac{8}{23}$

D.  $\frac{5}{18}$

**Zadanie 3. (0–1)**

Prosta dana równaniem  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 5$  w punkcie

A.  $(-1, 6)$

B.  $(0, 5)$

C.  $(1, 5)$

D.  $(2, 3)$

**Zadanie 4. (0–1)**

Liczba  $x$  jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Liczba  $y$  jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie  $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ .

Wynika stąd, że liczba  $x - y$  jest równa

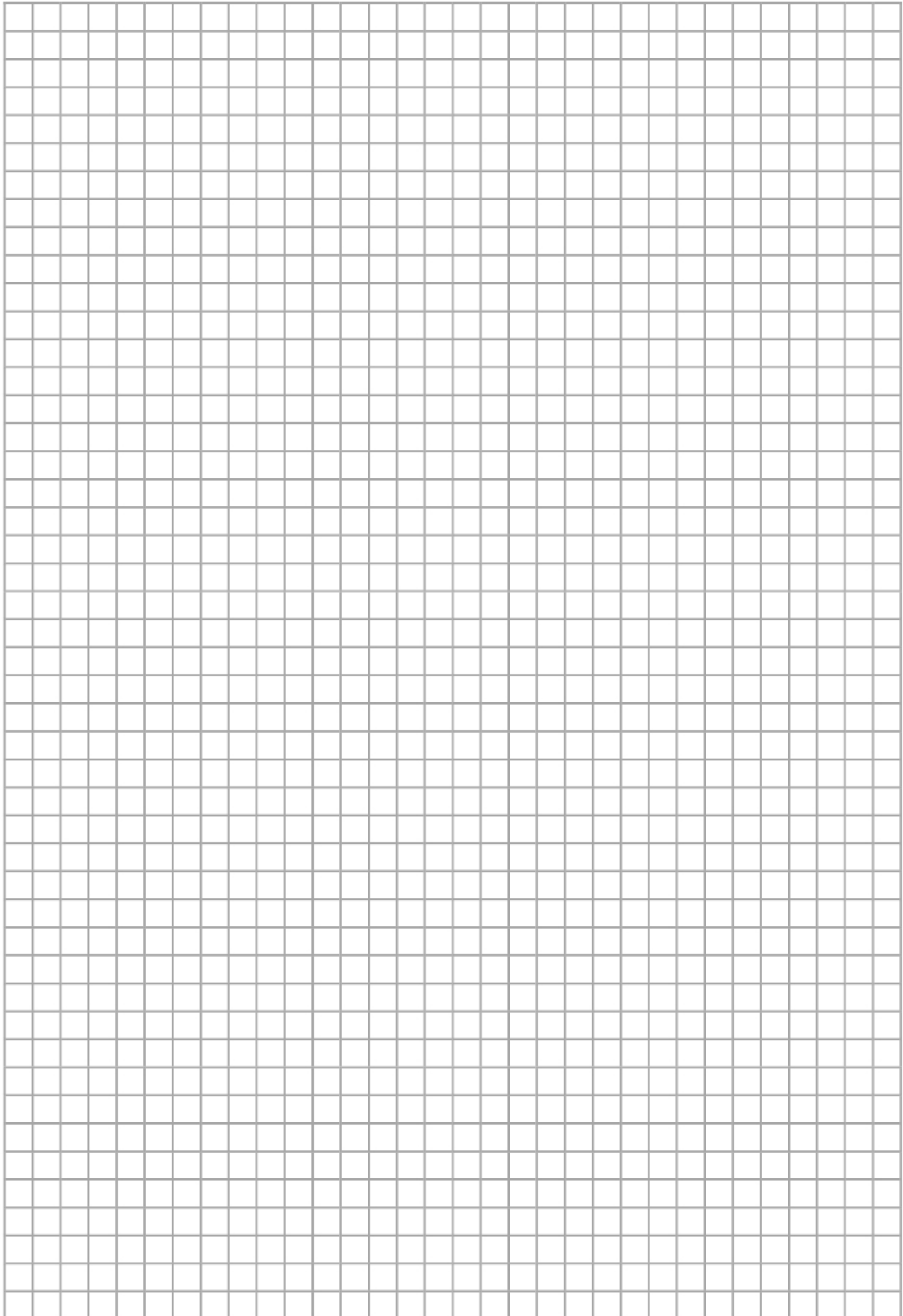
A. 0

B.  $\sqrt{3}$

C.  $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

D. 3

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

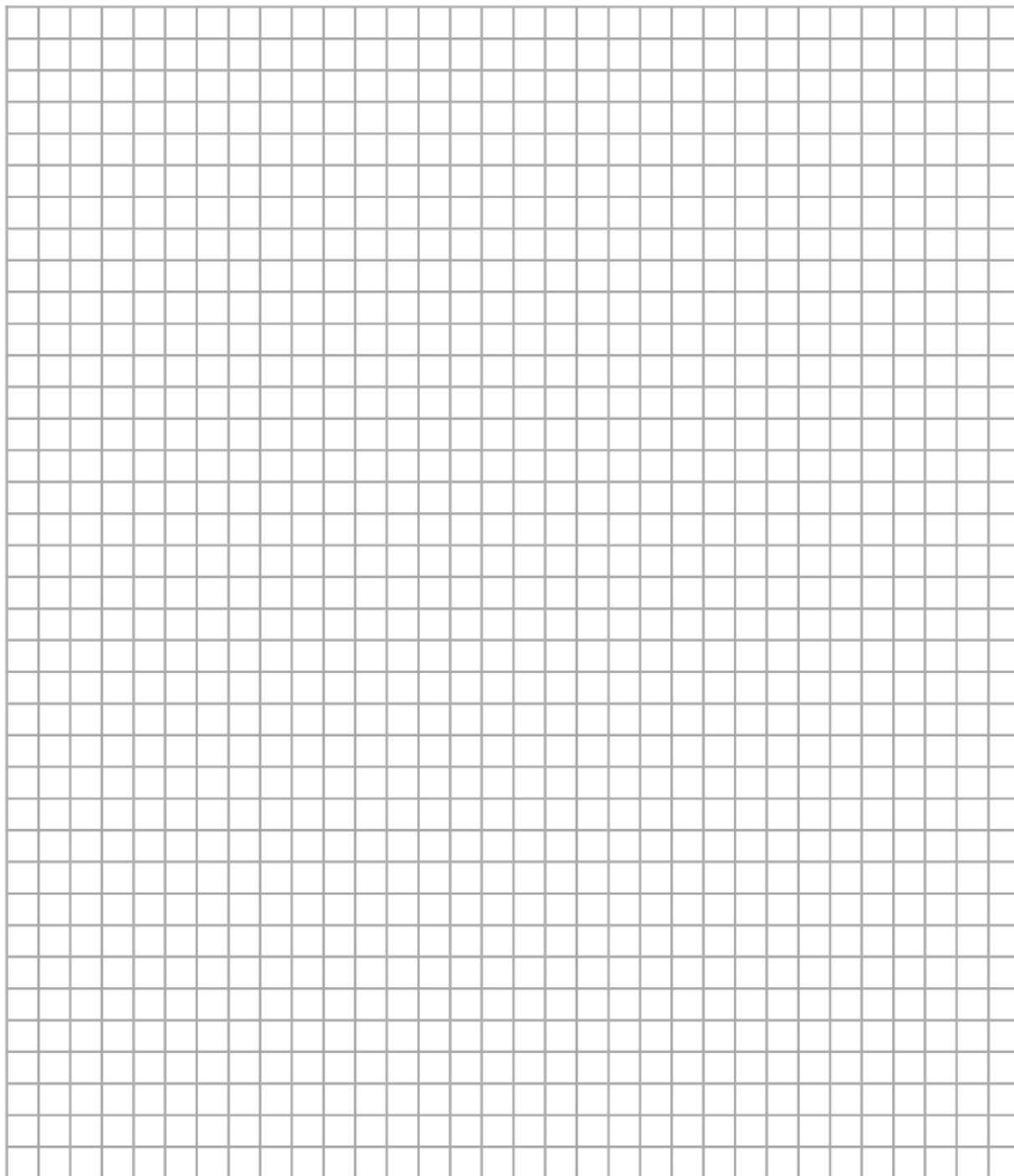


**Zadanie 5. (0–2)**

Oblicz, ile jest liczb dziesięciocyfrowych takich, że suma cyfr w każdej z tych liczb jest równa 13 i żadna cyfra nie jest zerem.

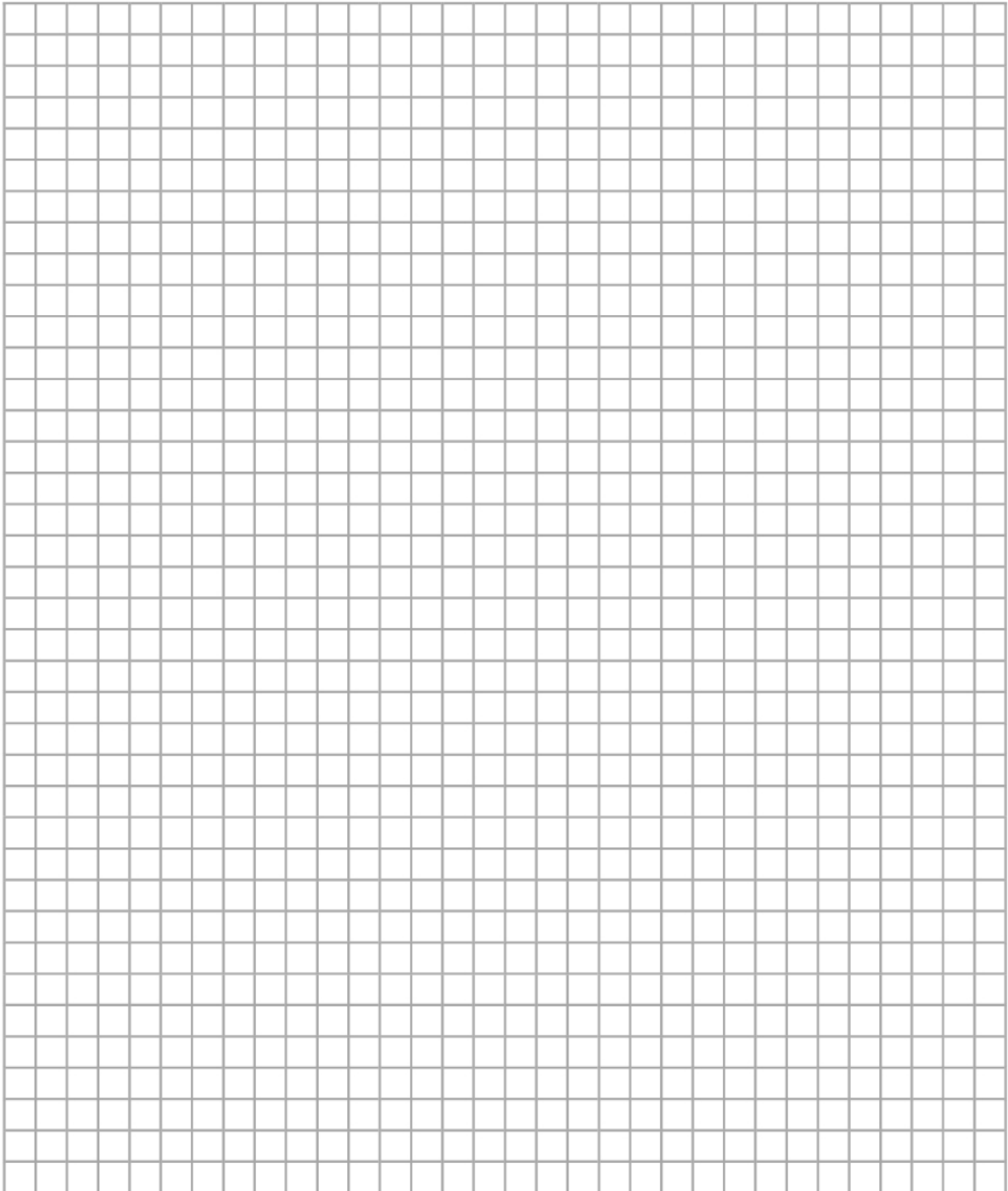
W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

--	--	--



**Zadanie 6. (0–3)**

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  większej od 2 i dla każdej liczby rzeczywistej  $y$  prawdziwa jest nierówność  $5x^2 - 6xy + 3y^2 - 2x - 4 > 0$ .

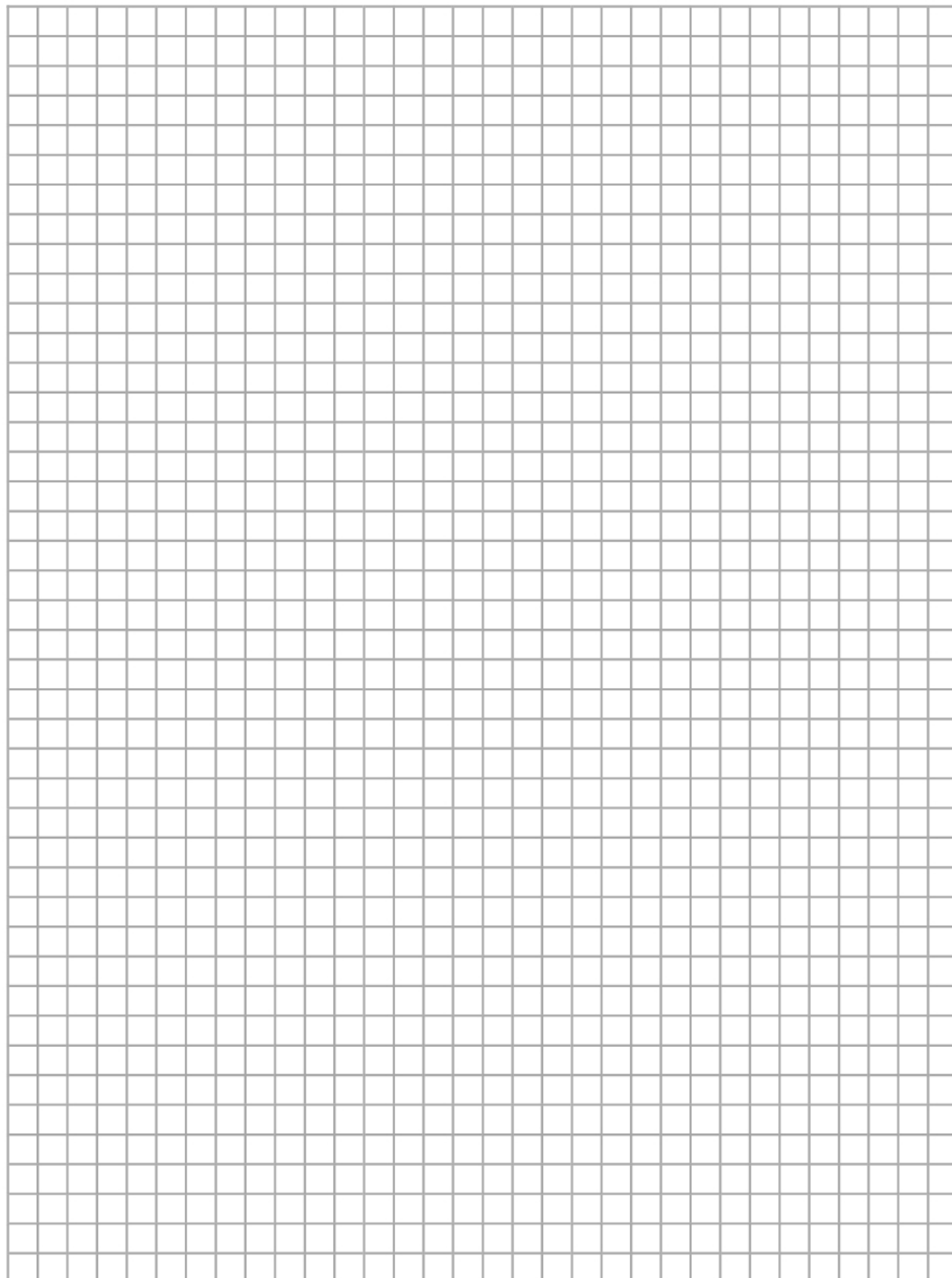


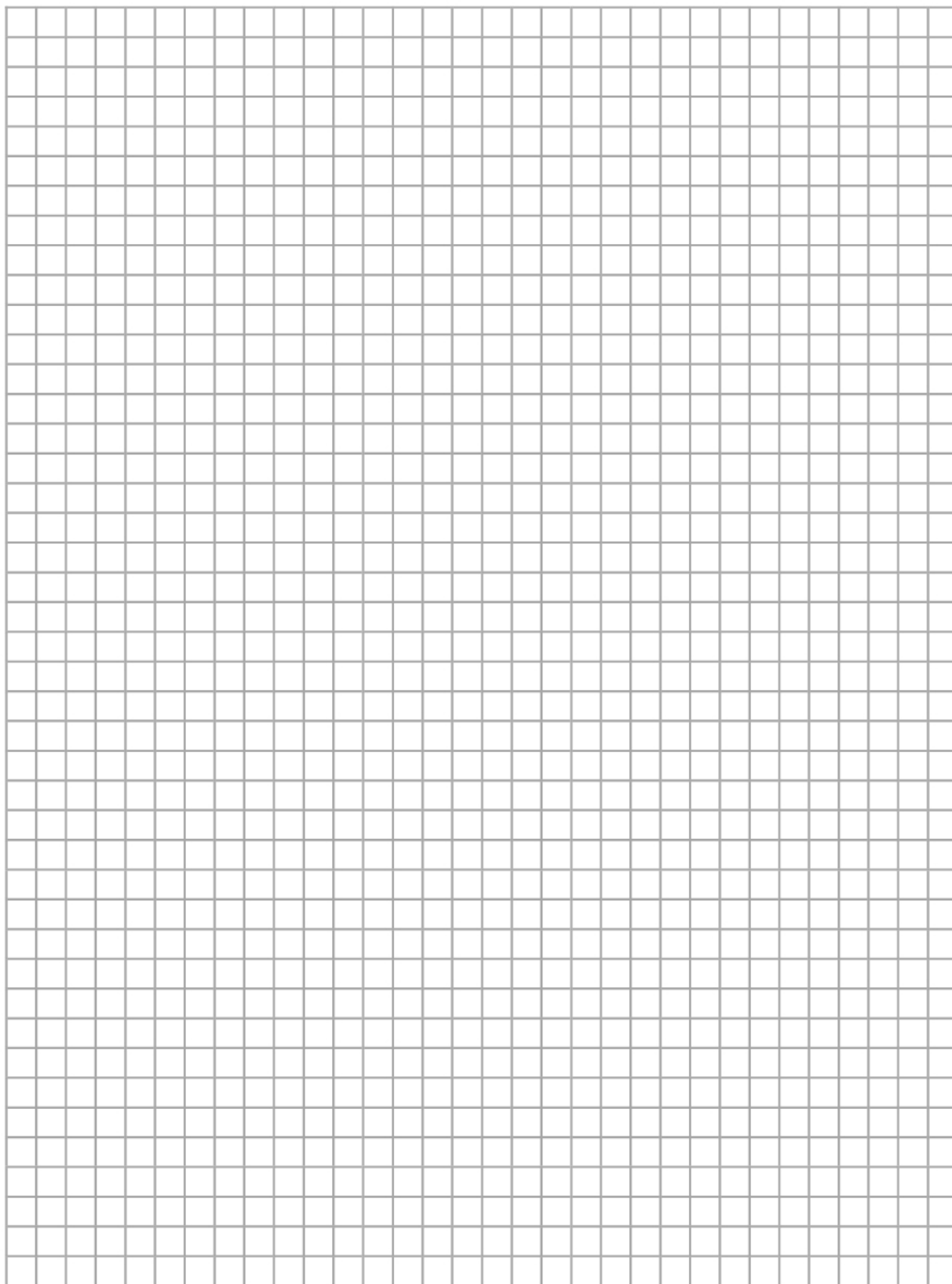
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

**Zadanie 7. (0–4)**

Rozwiąż równanie:

$$\sin\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) \cdot \cos\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$





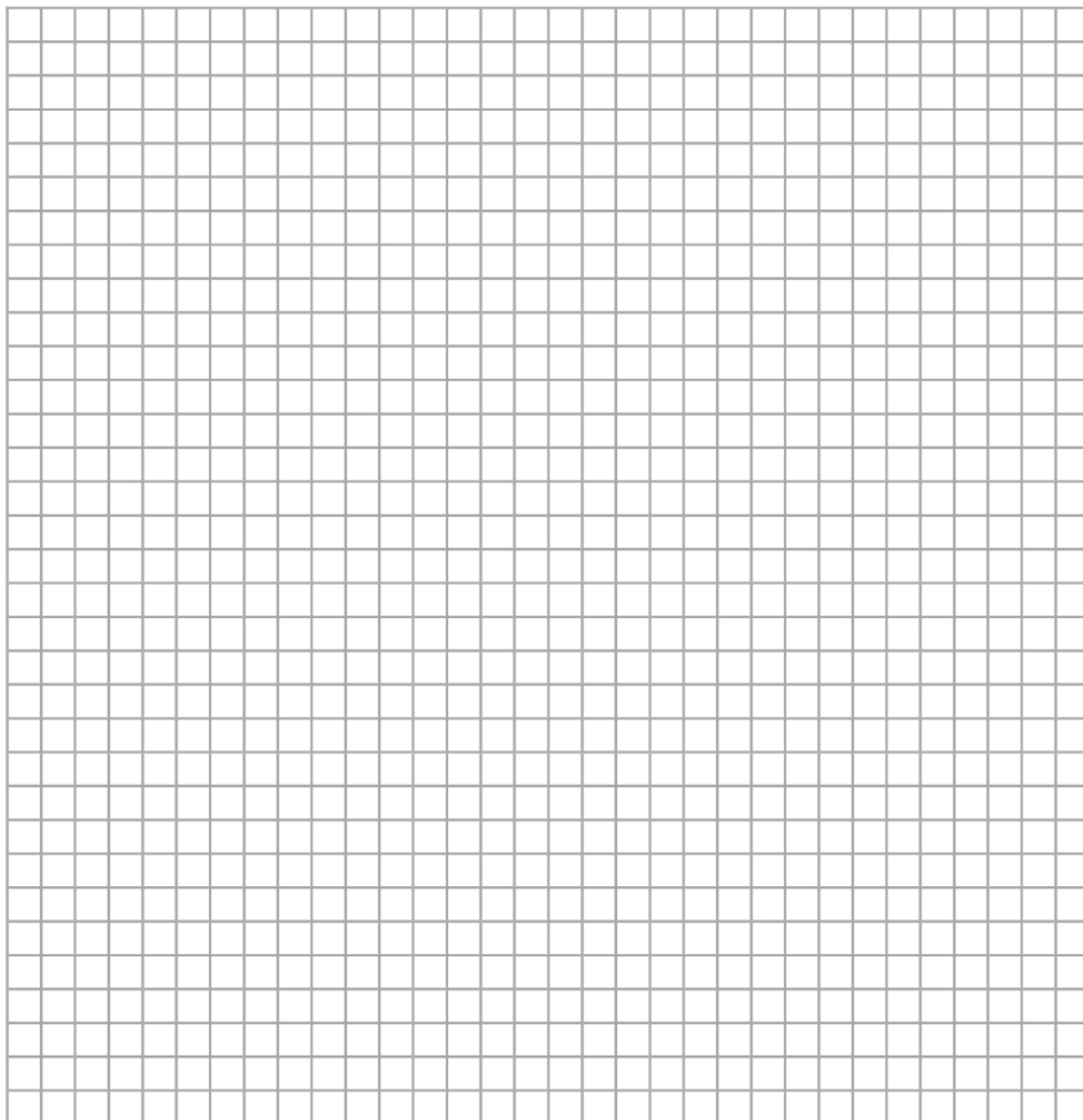
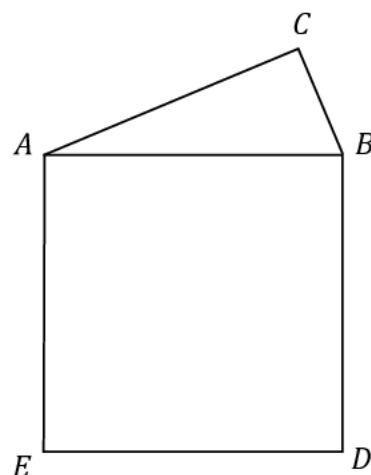
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>7.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

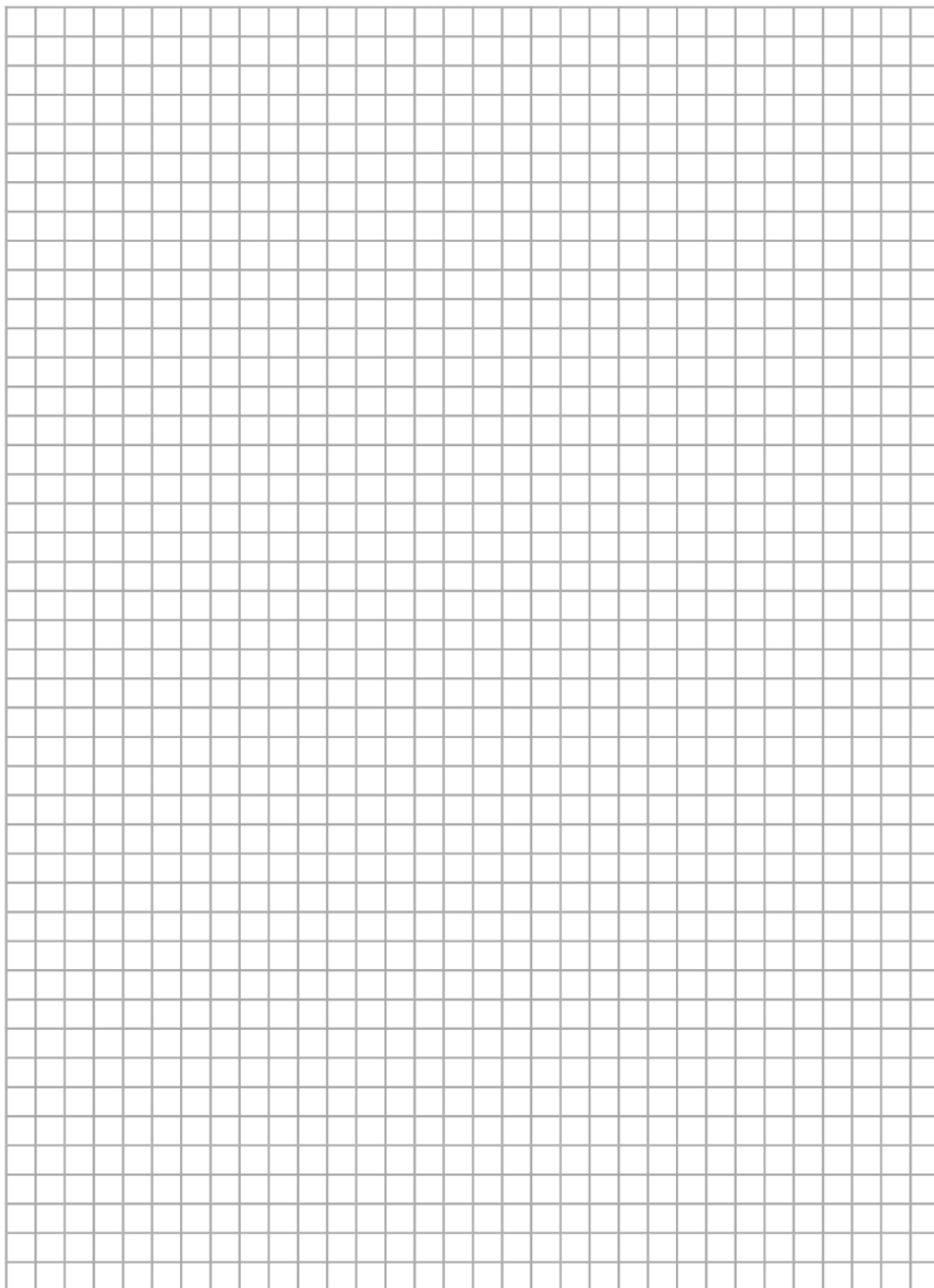
**Zadanie 8. (0–4)**

Na przeciwprostokątnej  $AB$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  zbudowano kwadrat  $ABDE$  (zobacz rysunek). Stosunek pola trójkąta do pola kwadratu jest równy  $k$ .

Wykaż, że suma tangensów kątów ostrych tego trójkąta jest równa  $\frac{1}{2k}$ .



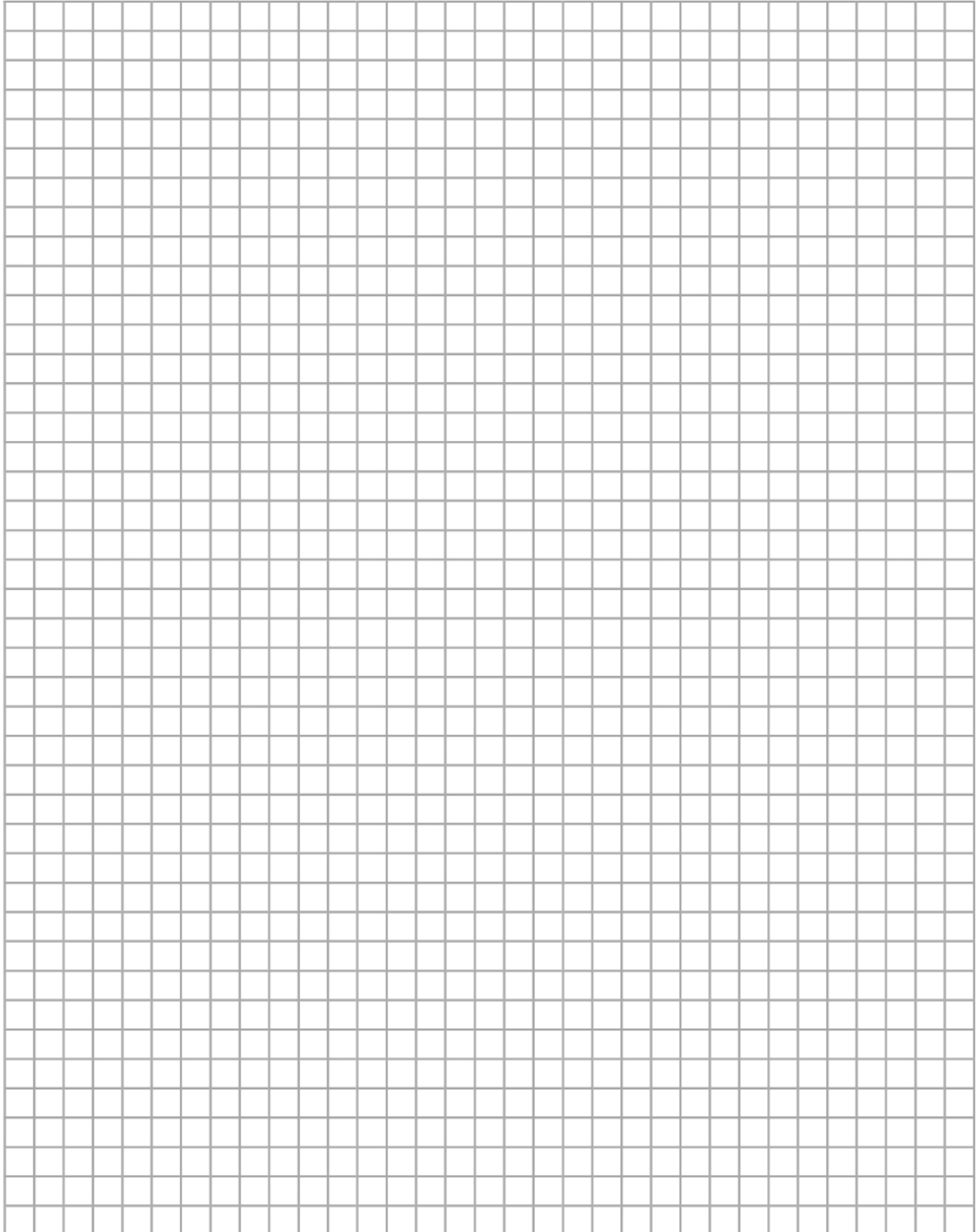


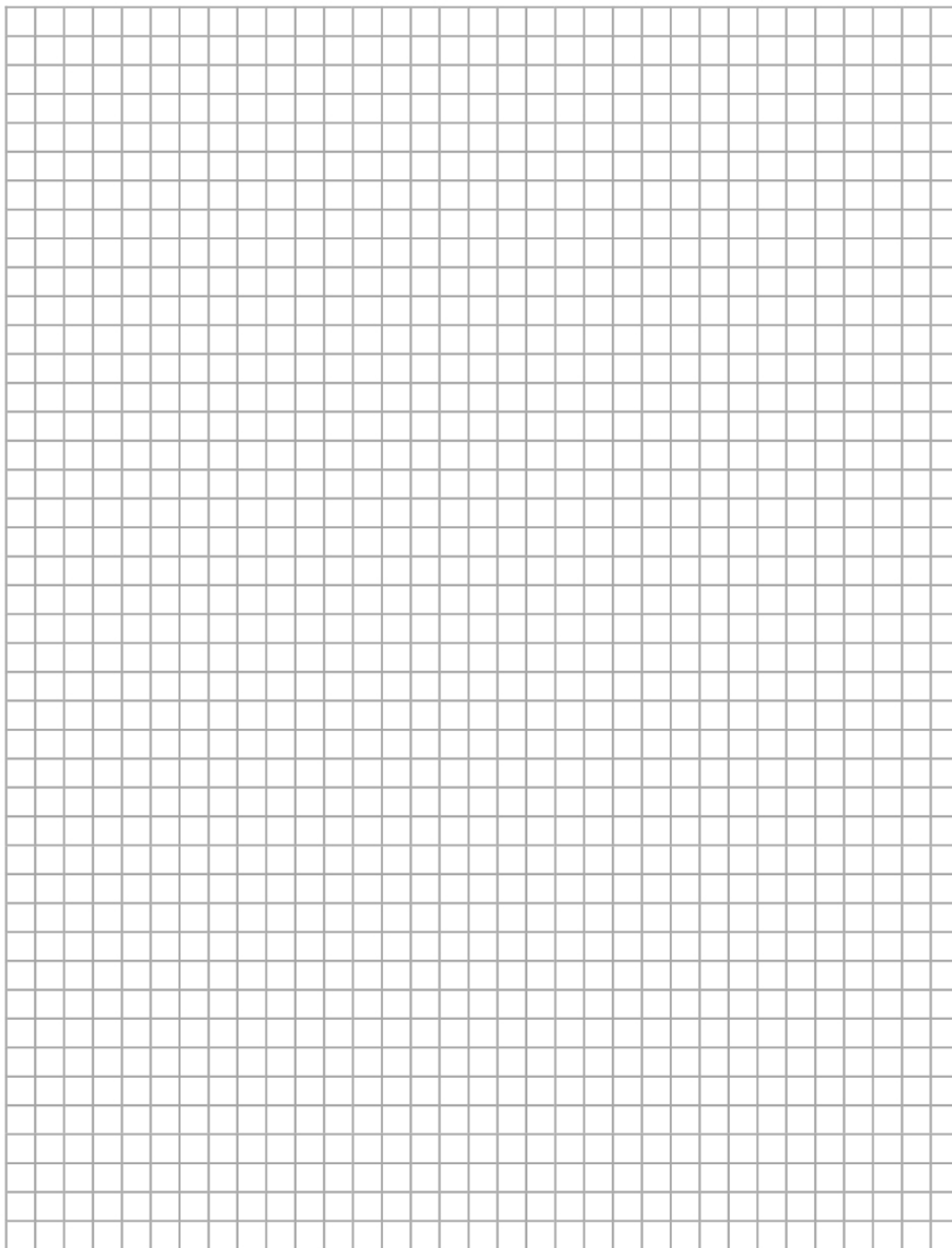


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 9. (0–4)**

Czworokąt  $ABCD$  jest wpisany w okrąg o promieniu  $R = 5\sqrt{2}$ . Przekątna  $BD$  tego czworokąta ma długość 10. Kąty wewnętrzne  $BAD$  i  $ADC$  czworokąta  $ABCD$  są ostre, a iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych jest równy  $\frac{3}{8}$ . Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.



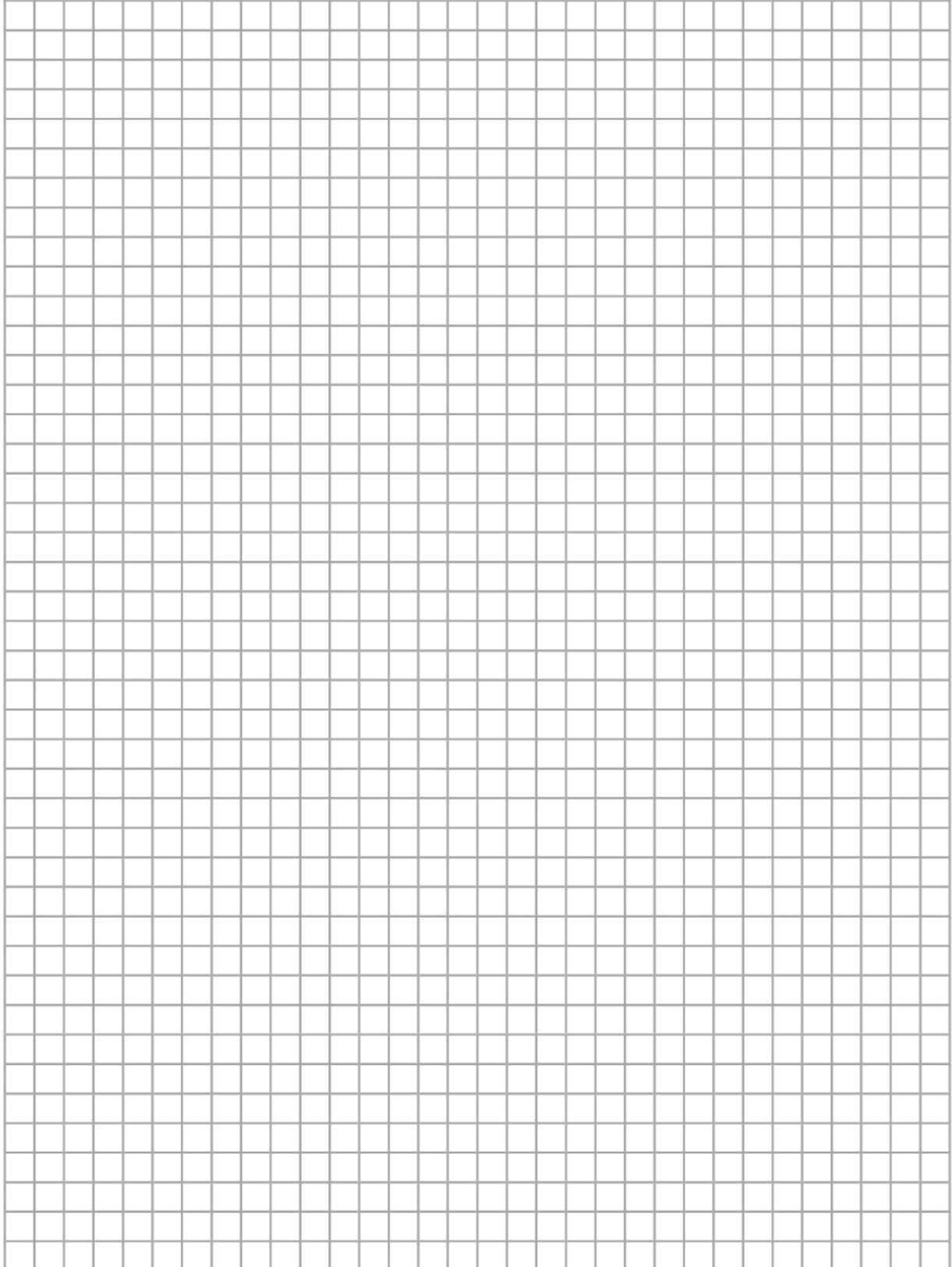


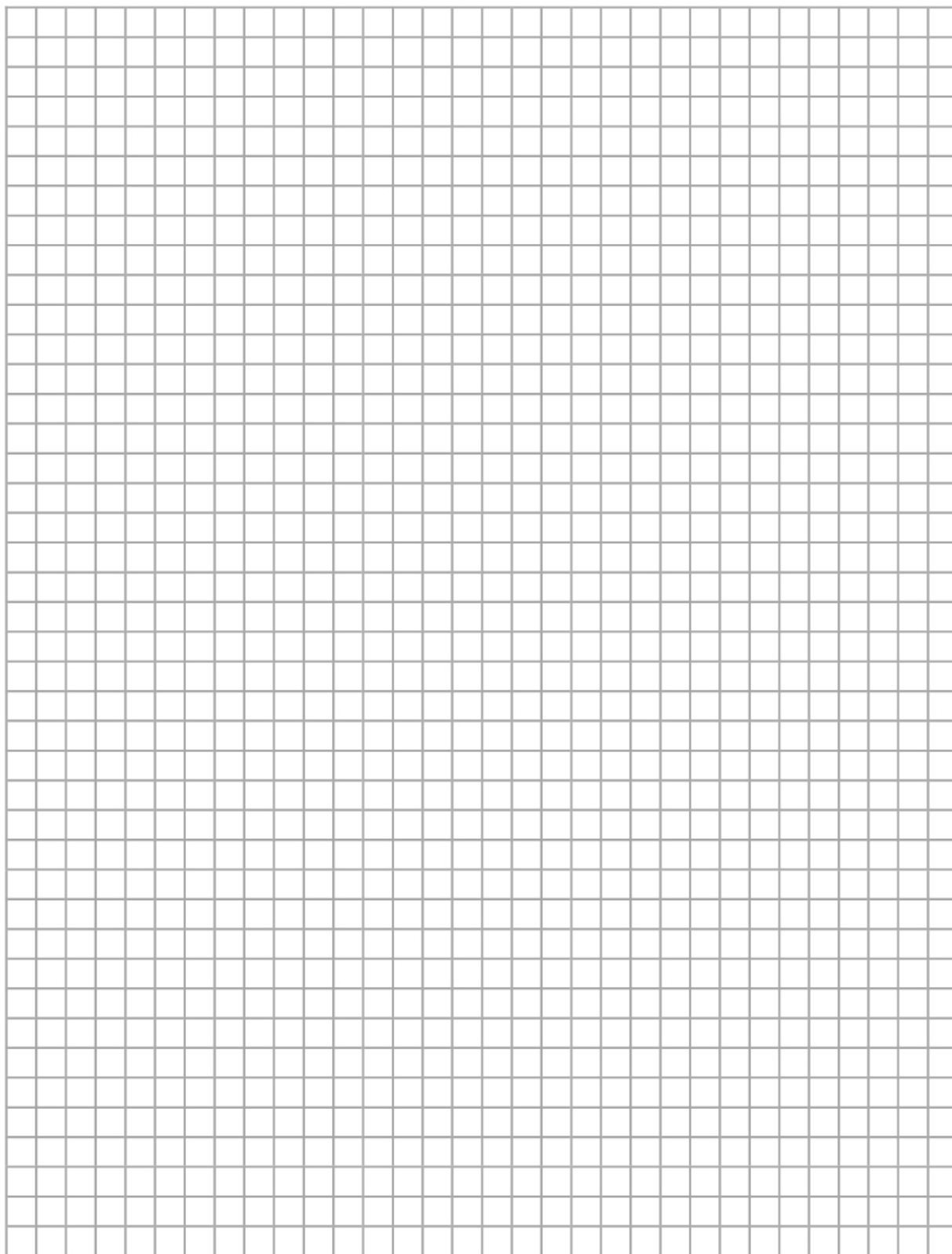
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>9.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 10. (0–4)**

Reszty z dzielenia wielomianu  $W(x) = x^4 + bx^3 + cx^2$  przez dwumiany  $(x - 2)$  i  $(x - 3)$  są odpowiednio równe  $(-8)$  oraz  $(-18)$ . Oblicz resztę z dzielenia wielomianu  $W$  przez dwumian  $(x - 4)$ .





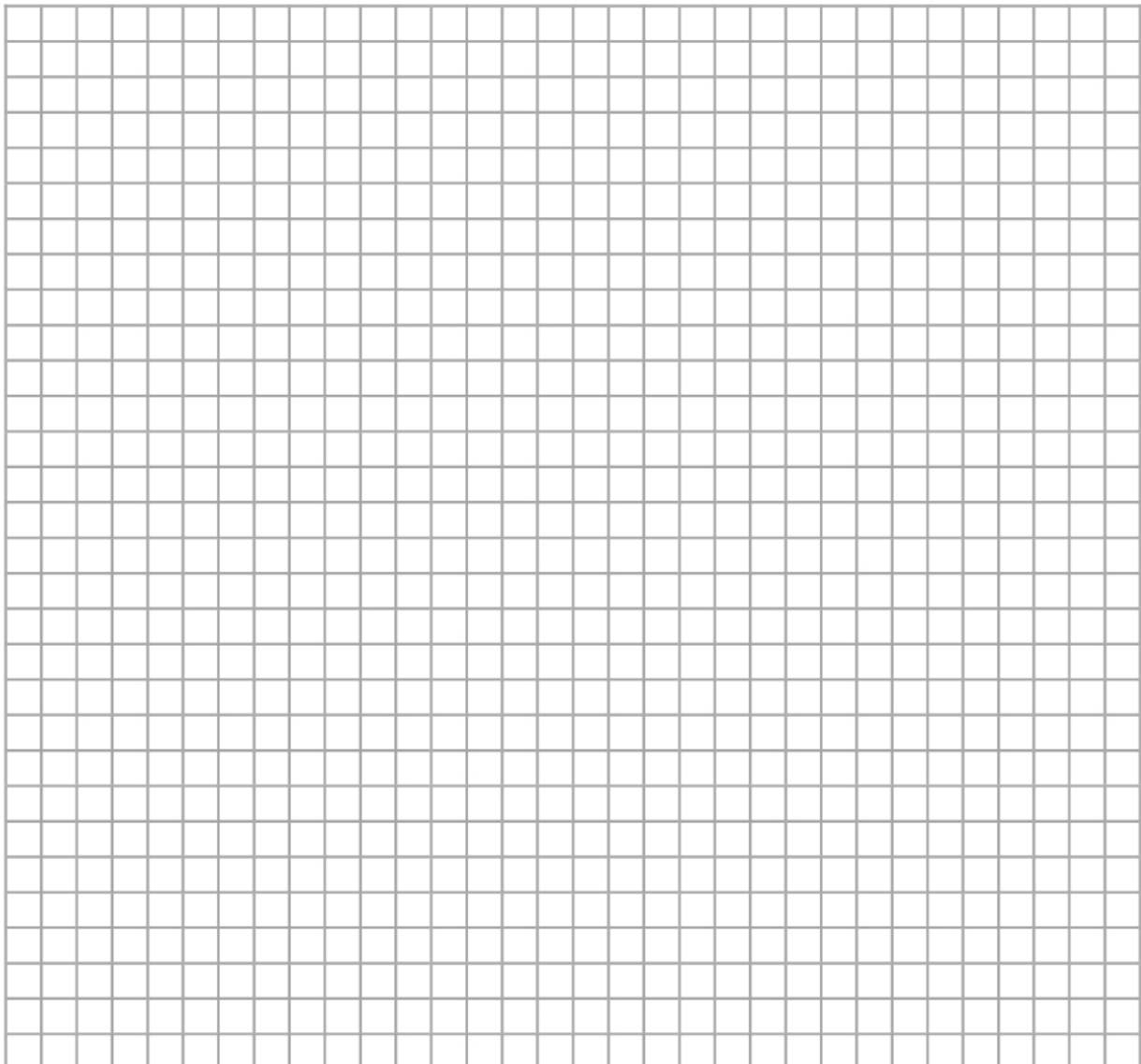
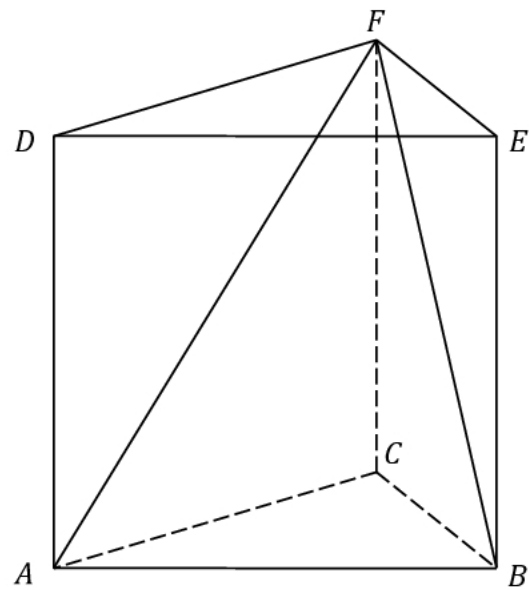
Odpowiedź: .....

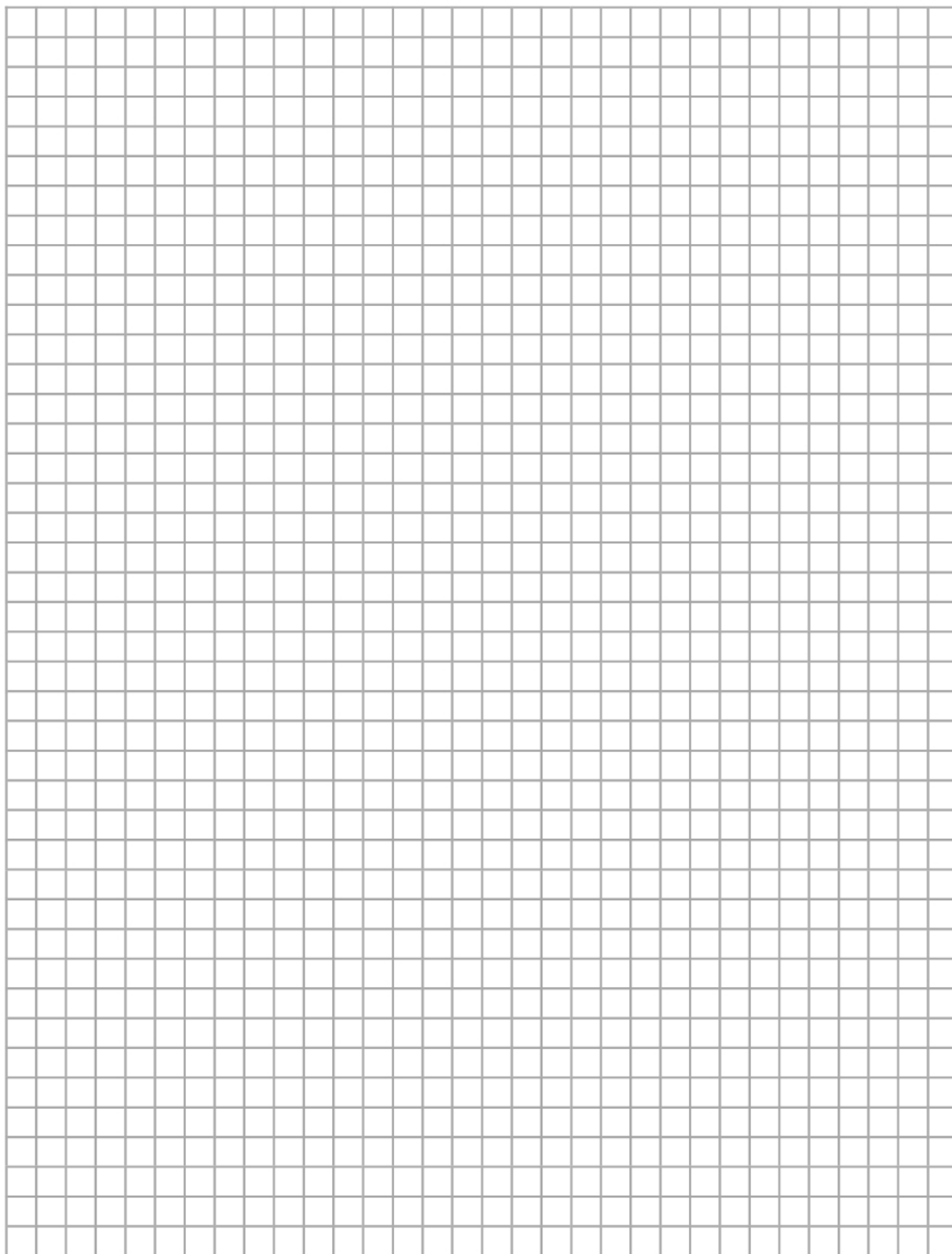
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>10.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 11. (0–4)**

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny  $ABCDEF$ . Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).

Oblicz sinus kąta  $AFB$ .



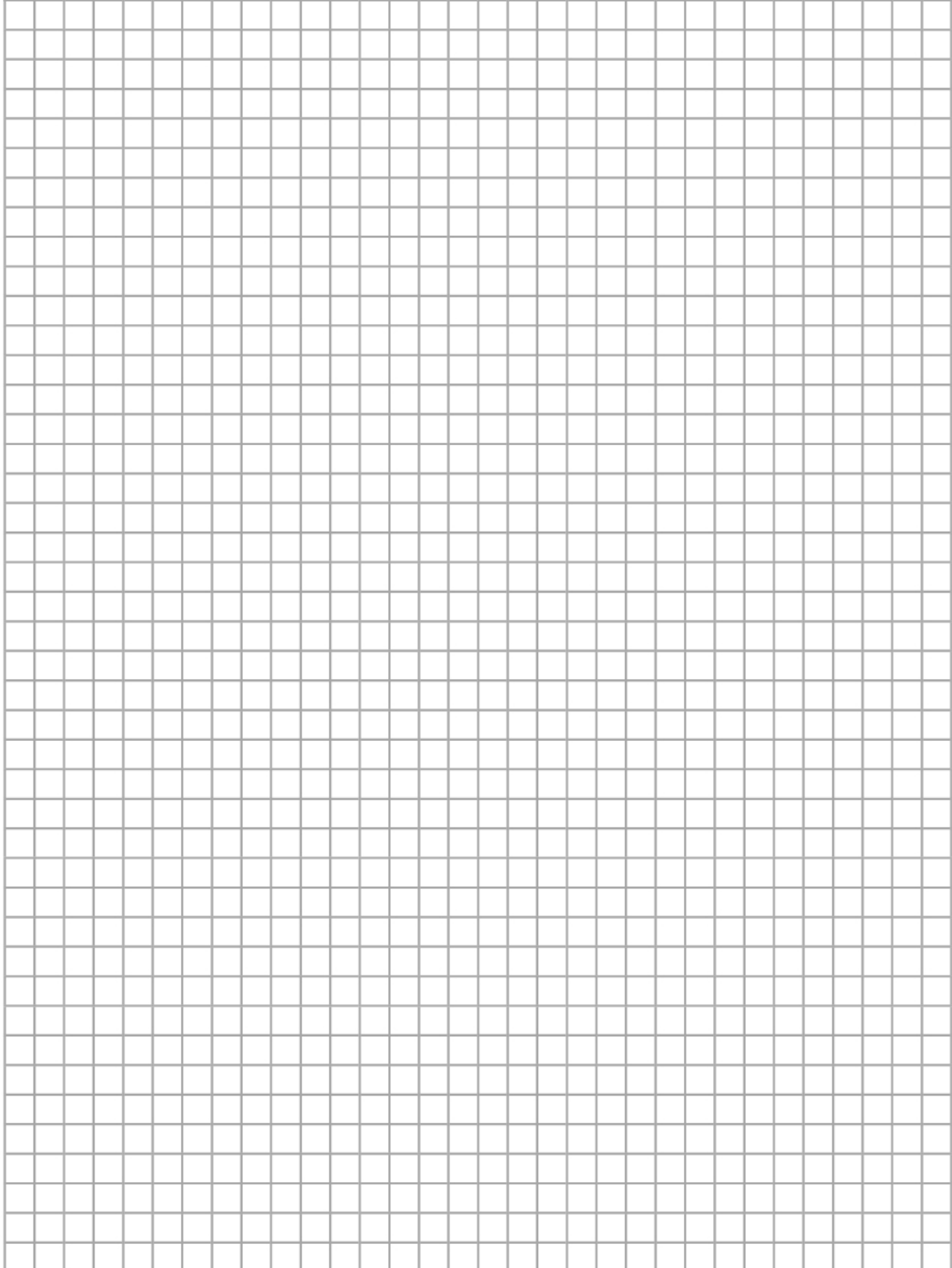


Odpowiedź: .....

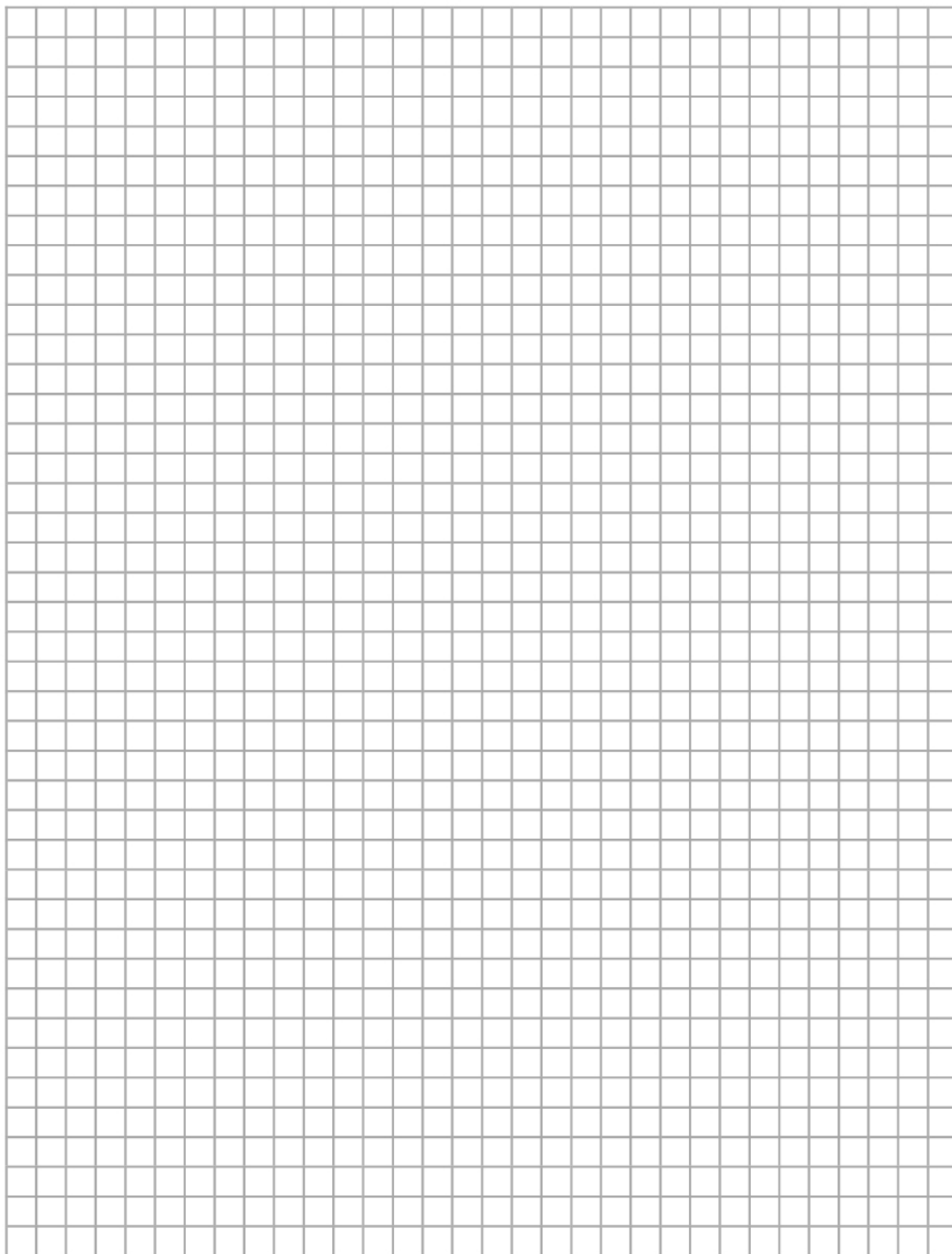
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>11.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 12. (0–5)**

Czterowyzowy ciąg  $(a, b, c, d)$  jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg  $(a + 100, b, c)$  jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu  $(a, b, c, d)$ .





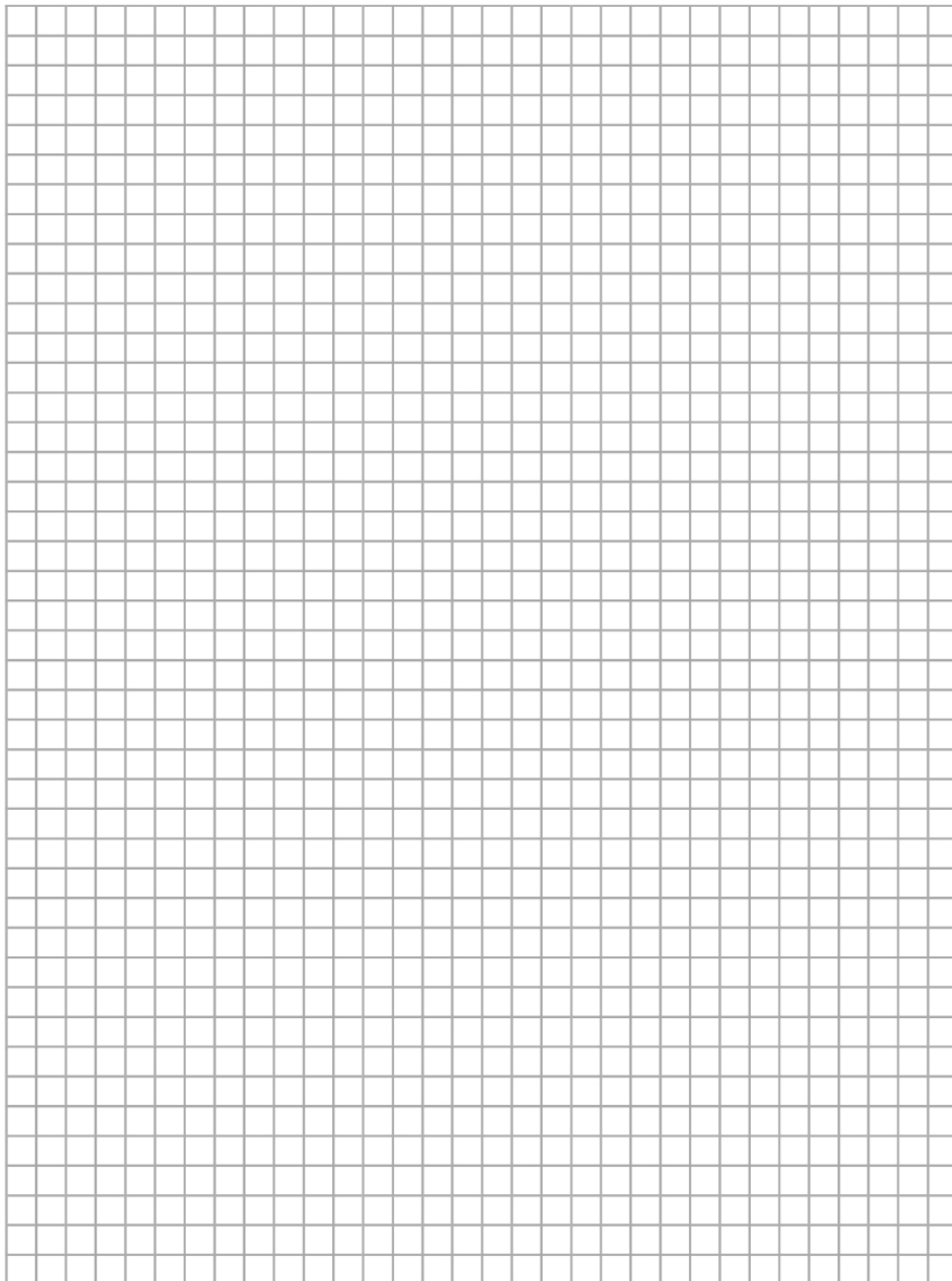


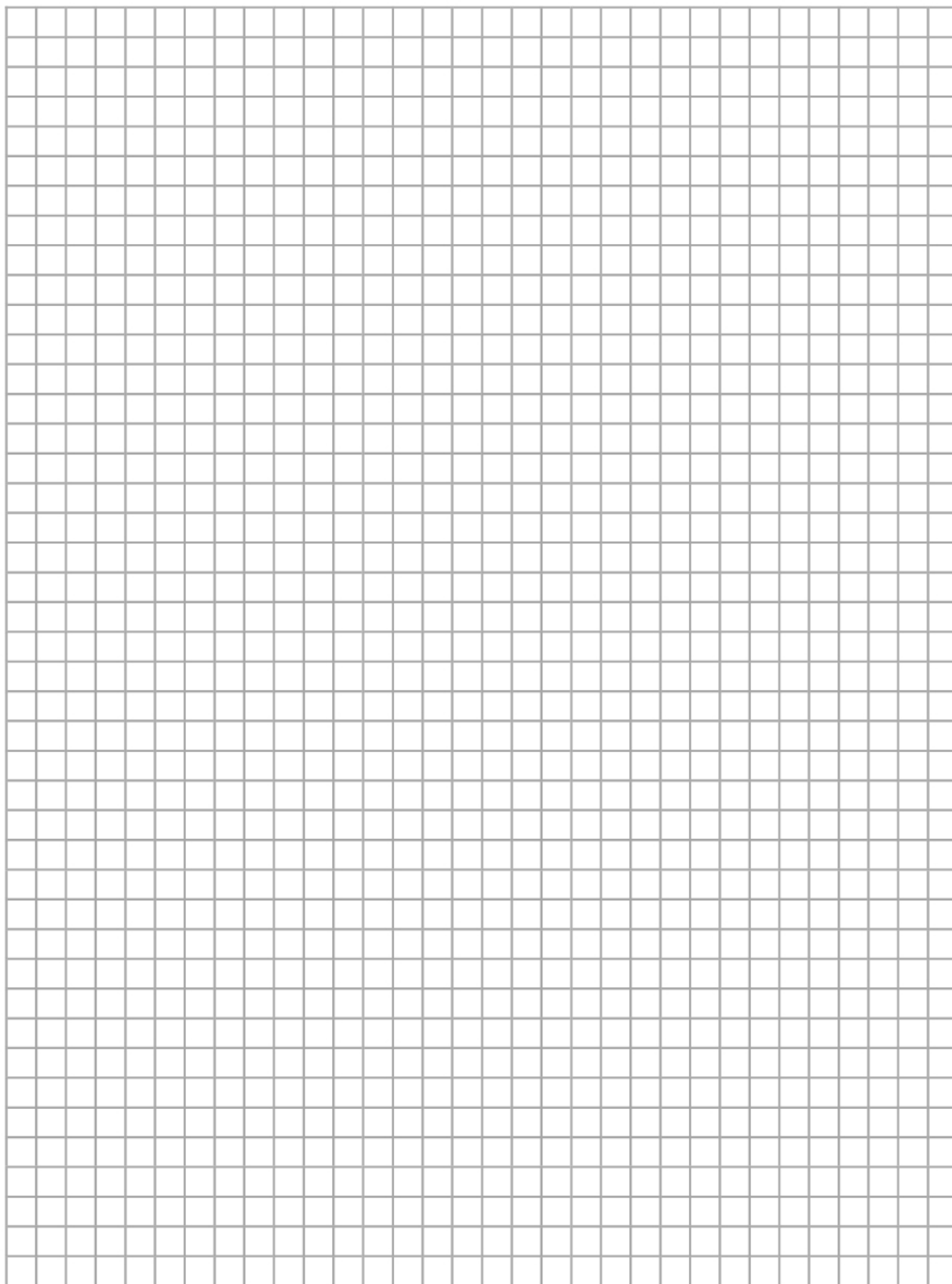
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>12.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 13. (0–5)**

Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach:  $y = x + b$ ,  $y = x + 2b$ ,  $y = b$ ,  $y = 2$ , gdzie liczba rzeczywista  $b$  spełnia warunki:  $b \neq 2$  i  $b \neq 0$ . Wyznacz wszystkie wartości parametru  $b$ , dla których pole tego równoległoboku jest równe 1.



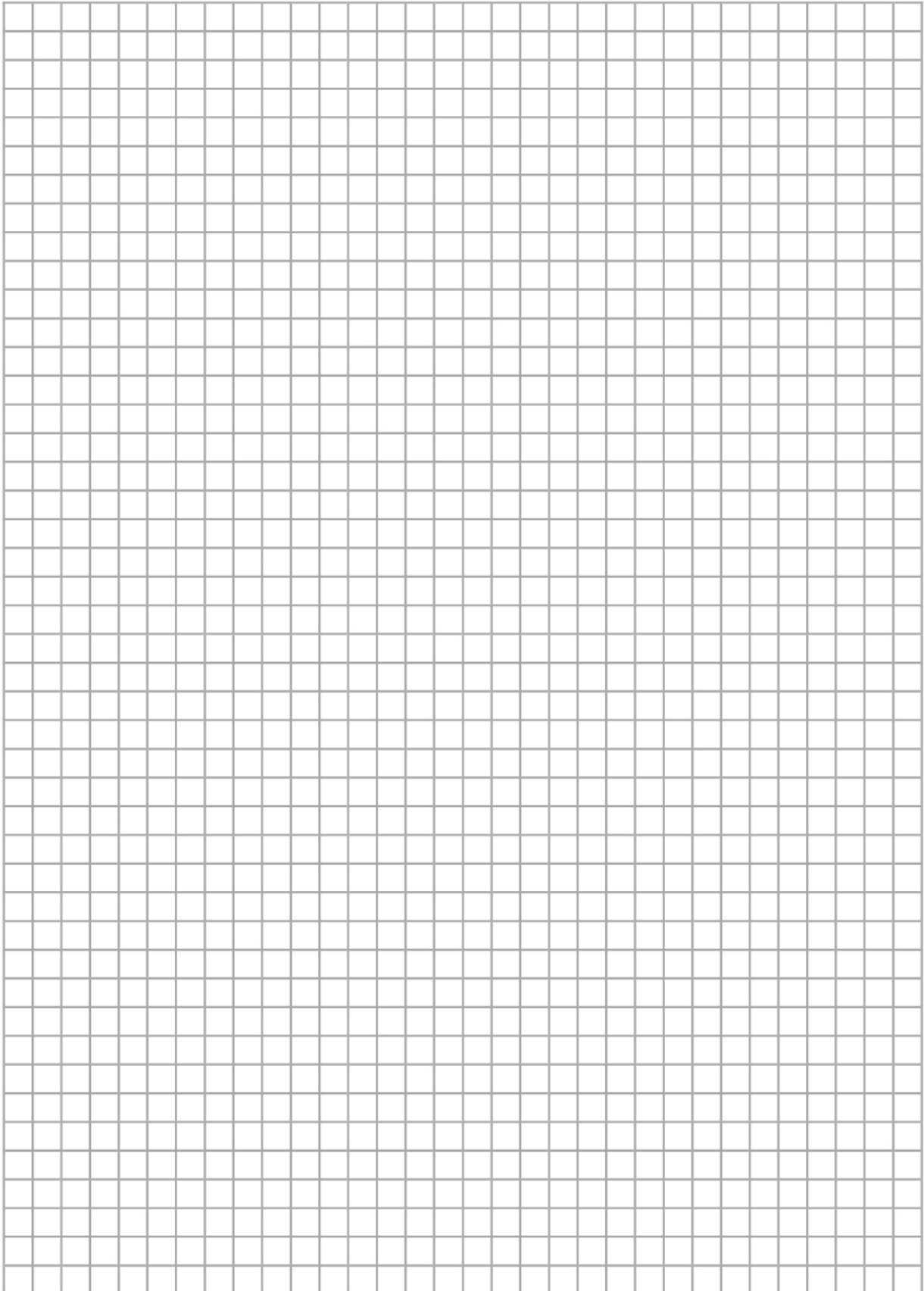


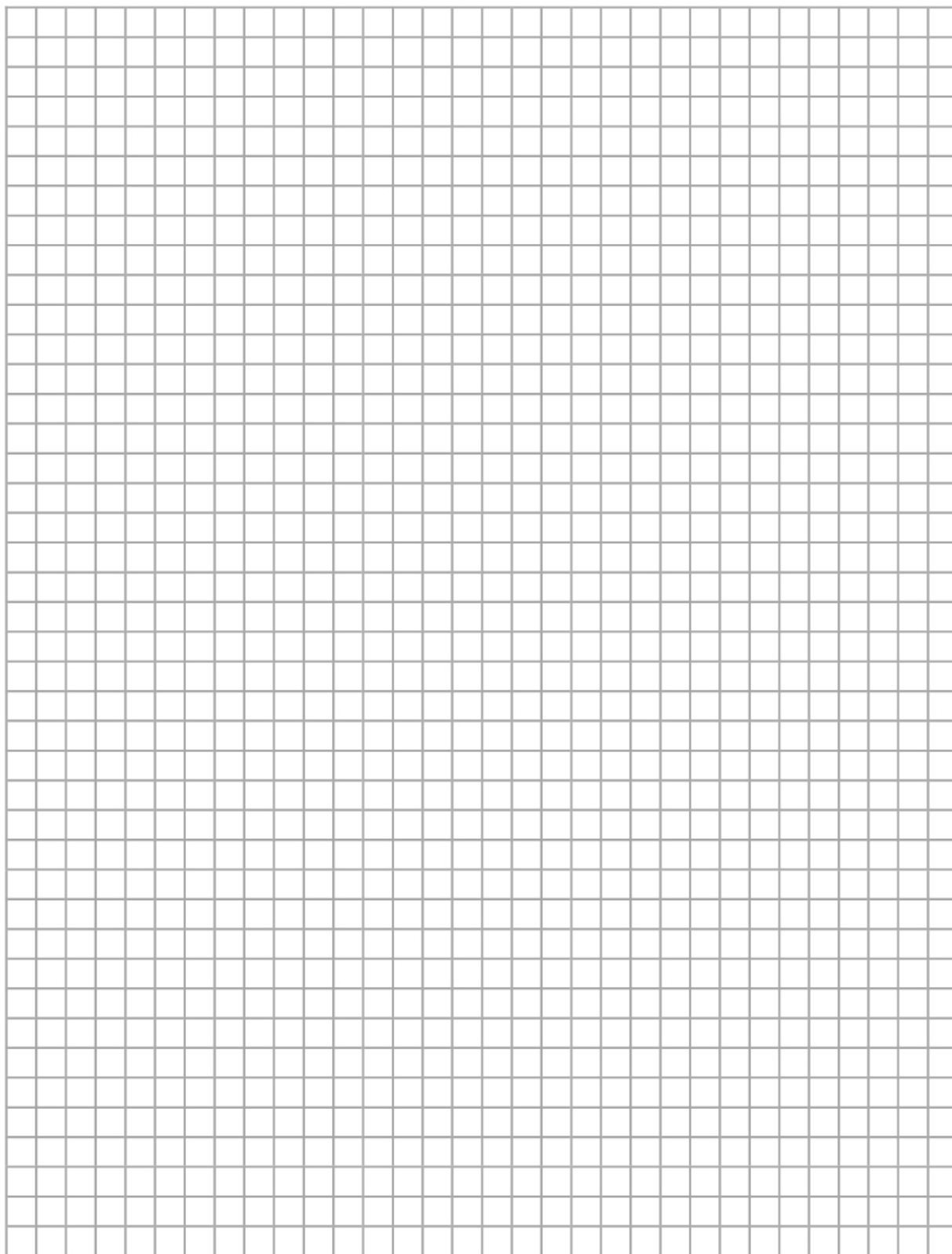
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>13.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 14. (0–5)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których równanie  $x^2 - 2ax + a^3 - 2a = 0$  ma dwa różne rozwiązania dodatnie.



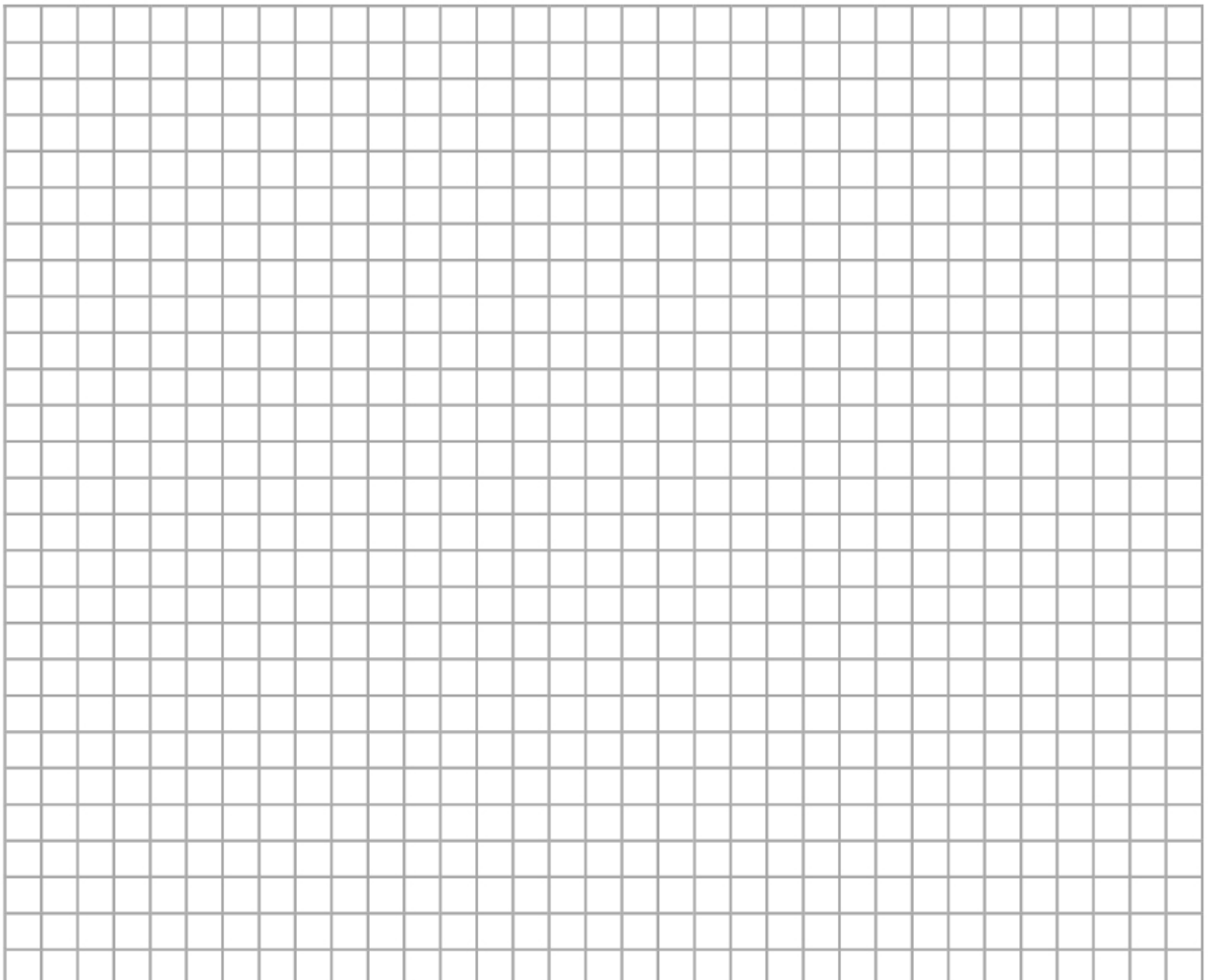
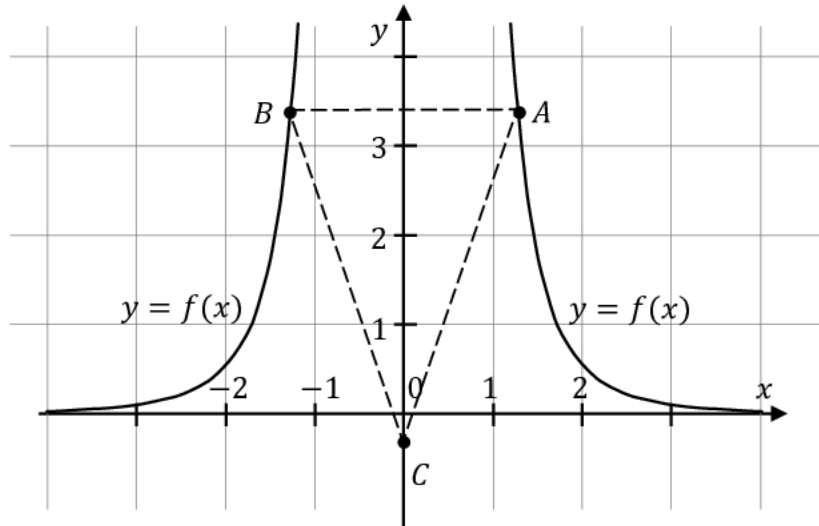


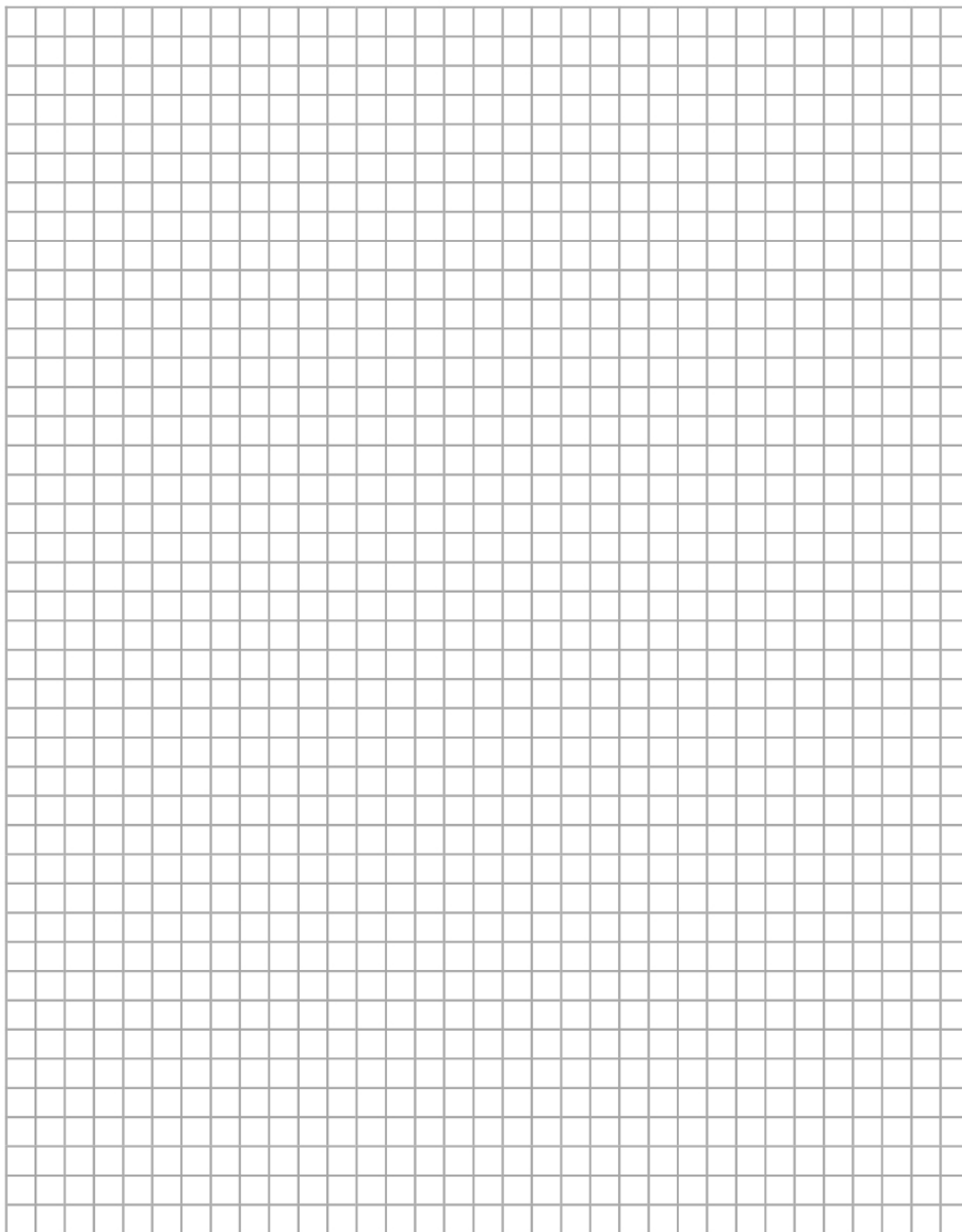
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>14.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 15. (0–6)**

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty  $ABC$ , których wierzchołki  $A$  i  $B$  leżą na wykresie funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \frac{9}{x^4}$  dla  $x \neq 0$ . Punkt  $C$  ma współrzędne  $(0, -\frac{1}{3})$ , a punkty  $A$  i  $B$  są położone symetrycznie względem osi  $Oy$  (zobacz rysunek). Oblicz współrzędne wierzchołków  $A$  i  $B$ , dla których pole trójkąta  $ABC$  jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.





Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>15.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

