CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD	PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to
E-100.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **2 czerwca 2021 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **45**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

EMAP-P0-**100**-2106

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 27 stron (zadania 1–35). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–28) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
6. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (29–35) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

W każdym z zadań od 1. do 28. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})$ jest równa

A. $5 - 2\sqrt{6}$ **B.** 5 **C.** $5 + 2\sqrt{6}$ **D.** -1

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\left(7^{\frac{5}{4}} \cdot 7^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{2}{3}}$ jest równa

A. $7^{\frac{5}{3}}$ **B.** 7^1 **C.** $7^{\frac{3}{2}}$ **D.** $7^{\frac{10}{3}}$

Zadanie 3. (0–1)

Niech $\log_3 18 = c$. Wtedy $\log_3 54$ jest równy

A. $c - 1$ **B.** c **C.** $c + 1$ **D.** $c + 2$

Zadanie 4. (0–1)

Cenę drukarki obniżono o 20%, a następnie nową cenę obniżono o 10%. W wyniku obu tych zmian cena drukarki zmniejszyła się w stosunku do ceny sprzed obu obniżek o

A. 18% **B.** 28% **C.** 30% **D.** 72%

Zadanie 5. (0–1)

Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie $(x-1)^2 - (2-x)^2$ jest równe

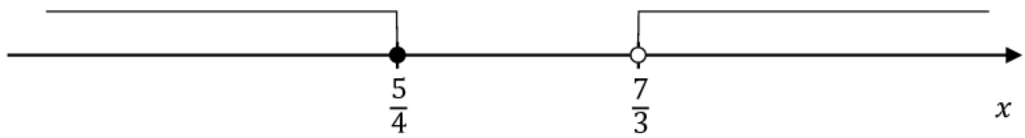
A. $2x - 3$ **B.** $2x^2 - 6x - 3$ **C.** $(2x-3)^2$ **D.** 9

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

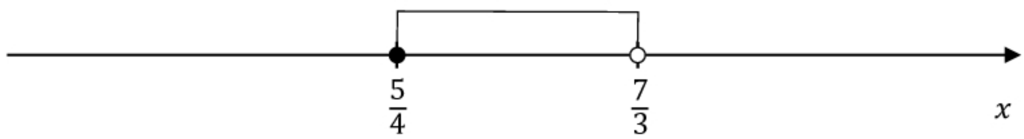
Zadanie 6. (0–1)

Wskaż rysunek, na którym przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, spełniających jednocześnie nierówności $0 < 7 - 3x$ oraz $7 - 3x \leq 5x - 3$.

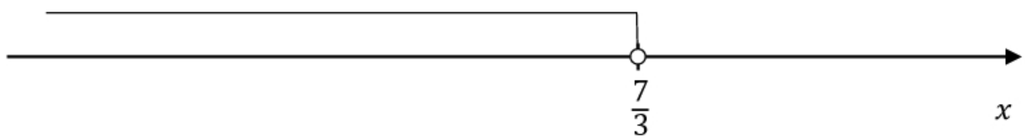
A.



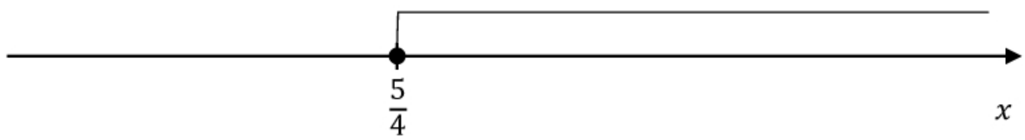
B.



C.



D.



Zadanie 7. (0–1)

Rozwiązaniem równania $x\sqrt{3} + 2 = 2x - 8$ jest liczba

A. $10\left(2 + \sqrt{3}\right)$ **B.** $\frac{10}{\sqrt{3}-2}$ **C.** $10\left(\sqrt{3} - 2\right)$ **D.** $\frac{\sqrt{3}+10}{2}$

Zadanie 8. (0–1)

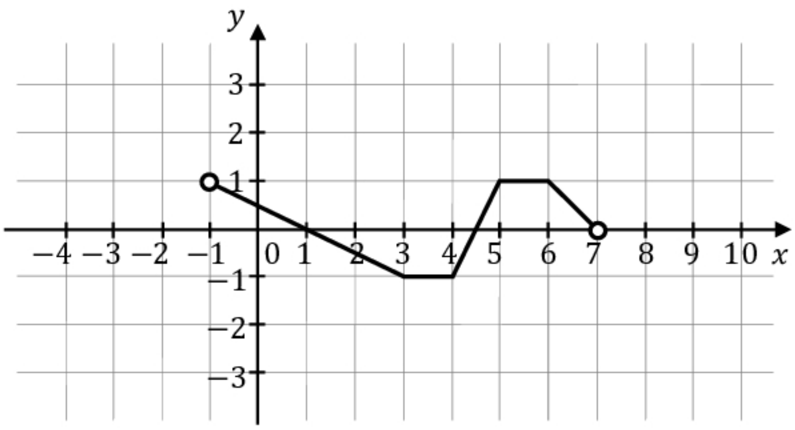
Równanie $\frac{x^2-7x}{x^2-49} = 0$ ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie

A. jedno rozwiązanie.
B. dwa rozwiązania.
C. trzy rozwiązania.
D. cztery rozwiązania.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 9. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $(-1, 7)$.



Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.
B. Zbiorem wartości funkcji f jest $\langle -1, 1)$.
C. Funkcja f osiąga wartość największą równą 1.
D. Funkcja f osiąga wartości ujemne dla argumentów ze zbioru $(-1, 0)$.

Zadanie 10. (0–1)

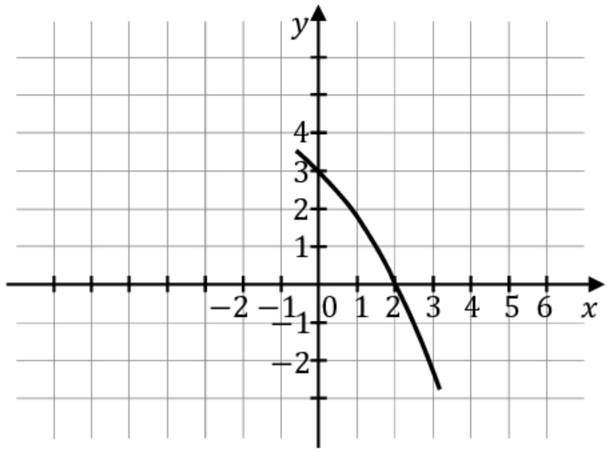
Wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = -3(x+4)(x-2)$ jest parabola o wierzchołku $W = (p, q)$. Współrzędne wierzchołka W spełniają warunki

A. $p > 0$ i $q > 0$
B. $p < 0$ i $q > 0$
C. $p < 0$ i $q < 0$
D. $p > 0$ i $q < 0$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Informacja do zadań 11. i 12.

Na rysunku przedstawiono <u>fragment</u> wykresu funkcji kwadratowej f. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba 2. Do wykresu funkcji f należy punkt $(0,3)$. Prosta o równaniu $x=-2$ jest osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji f.



Zadanie 11. (0–1)

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. -2 **B.** -3 **C.** -4 **D.** -6

Zadanie 12. (0–1)

Wartość funkcji f dla argumentu (-4) jest równa

A. -2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 13. (0–1)

Dane są ciągi (a_n), (b_n), (c_n), (d_n), określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ wzorami: $a_n = 20n+3$, $b_n = 2n^2-3$, $c_n = n^2+10n-2$, $d_n = \frac{n+187}{n}$. Liczba 197 jest dziesiątym wyrazem ciągu

A. (a_n) **B.** (b_n) **C.** (c_n) **D.** (d_n)

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest rosnący i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Ponadto spełniony jest warunek $a_3 = a_1 \cdot a_2$. Niech q oznacza iloraz ciągu (a_n). Wtedy

A. $a_1 = \frac{1}{q}$ **B.** $a_1 = q$ **C.** $a_1 = q^2$ **D.** $a_1 = q^3$

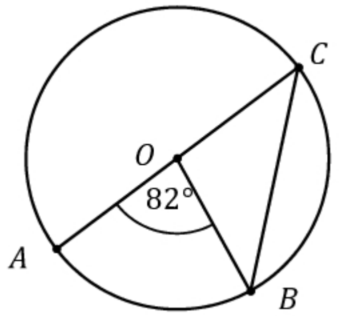
Zadanie 15. (0–1)

Kąt o mierze α jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{5}$. Wtedy

A. $\cos^2\alpha = \frac{1}{6}$ **B.** $\cos^2\alpha = \frac{1}{5}$ **C.** $\cos^2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\cos^2\alpha = \frac{5}{6}$

Zadanie 16. (0–1)

Na okręgu o środku w punkcie O leżą punkty A, B oraz C. Odcinek AC jest średnicą tego okręgu, a kąt środkowy AOB ma miarę $82°$ (zobacz rysunek).



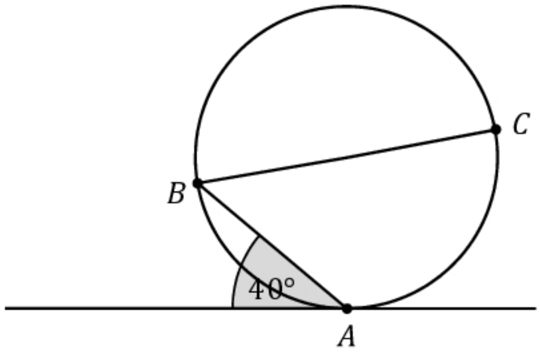
Miara kąta OBC jest równa

A. $41°$ **B.** $45°$ **C.** $49°$ **D.** $51°$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 17. (0–1)

Dane są okrąg i prosta styczna do tego okręgu w punkcie A. Punkty B i C są położone na okręgu tak, że BC jest jego średnicą. Cięciwa AB tworzy ze styczną kąt o mierze $40°$ (zobacz rysunek).

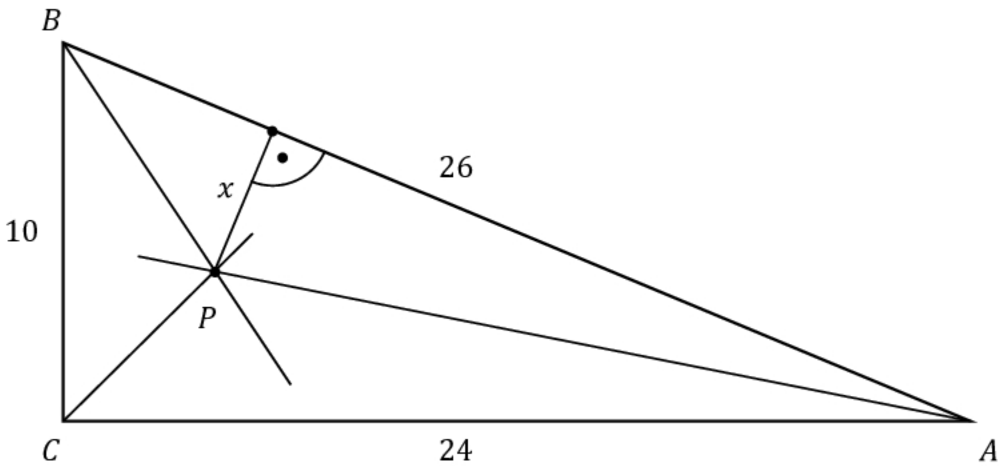


Miara kąta ABC jest równa

A. $20°$ **B.** $40°$ **C.** $45°$ **D.** $50°$

Zadanie 18. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o bokach $|AC| = 24$, $|BC| = 10$, $|AB| = 26$. Dwusieczne kątów tego trójkąta przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).



Odległość x punktu P od przeciwprostokątnej AB jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{13}{3}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

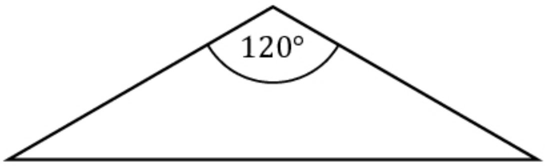
Zadanie 19. (0–1)

Jeden z boków równoległoboku ma długość równą 5. Przekątne tego równoległoboku mogą mieć długości

A. 4 i 6 **B.** 4 i 3 **C.** 10 i 10 **D.** 5 i 5

Zadanie 20. (0–1)

W pewnym trójkącie równoramiennym największy kąt ma miarę $120°$, a najdłuższy bok ma długość 12 (zobacz rysunek).



Najkrótsza wysokość tego trójkąta ma długość równą

A. 6 **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** $6\sqrt{3}$

Zadanie 21. (0–1)

Prosta przechodząca przez punkty $(-4,-1)$ oraz $(5,5)$ ma równanie

A. $y = x + 3$ **B.** $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ **C.** $y = x - 3$ **D.** $y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$

Zadanie 22. (0–1)

Proste o równaniach $y = -\frac{1}{m-2}x - 1$ i $y = \frac{1}{3}x + 1$ są równoległe. Wynika stąd, że

A. $m = \frac{5}{3}$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = \frac{7}{3}$ **D.** $m = 5$

Zadanie 23. (0–1)

W prostokącie $ABCD$ dane są wierzchołki $C = (-3,1)$ oraz $D = (2,1)$. Bok AD ma długość 6. Pole tego prostokąta jest równe

A. $6\sqrt{29}$ **B.** $12\sqrt{2}$ **C.** 24 **D.** 30

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 24. (0–1)

Obrazem prostej o równaniu $x - 2y + 3 = 0$ w symetrii osiowej względem osi Oy jest prosta o równaniu

A. $-x + 2y + 3 = 0$
B. $-x + 2y - 3 = 0$
C. $x + 2y - 3 = 0$
D. $x + 2y + 3 = 0$

Zadanie 25. (0–1)

Graniastosłup prawidłowy ma 36 krawędzi. Długość każdej z tych krawędzi jest równa 4. Pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa jest równe

A. 176 **B.** 192 **C.** 224 **D.** 288

Zadanie 26. (0–1)

Wysokość ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest 2 razy dłuższa od krawędzi jego podstawy. Stosunek pola powierzchni bocznej tego ostrosłupa do pola jego podstawy jest równy

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ **C.** 1 **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Zadanie 27. (0–1)

W pudełku znajdują się płytki z literami. Na każdej płytce jest wydrukowana jedna litera – spółgłoskowa albo samogłoskowa. Płytek z literami spółgłoskowymi jest o 25% więcej niż płytek z literami samogłoskowymi. Losujemy jedną płytkę. Prawdopodobieństwo wylosowania płytki z literą samogłoskową jest równe

A. $0,75$ **B.** $0,25$ **C.** $\frac{4}{9}$ **D.** $\frac{5}{9}$

Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna czterech liczb dodatnich: $2, 3x, 3x + 2, 3x + 4$ jest równa $\frac{13}{2}$. Wynika stąd, że

A. $x = 9$ **B.** $x = \frac{13}{2}$ **C.** $x = \frac{5}{9}$ **D.** $x = 2$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$2(x+1)(x-3) < x^2 - 9$$

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (0–2)

Wykaż, że dla wszystkich liczb rzeczywistych a, b i c takich, że $\frac{a+b}{2} > c$ i $\frac{b+c}{2} > a$, prawdziwa jest nierówność

$$\frac{a+c}{2} < b$$

Zadanie 31. (0–2)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla wszystkich liczb naturalnych $n \geq 1$. Suma dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $20a_{21} + 62$. Oblicz różnicę ciągu (a_n).

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (0–2)

Dany jest trapez o podstawach długości a oraz b i wysokości h. Każdą z podstaw tego trapezu wydłużono o 25%, a wysokość skrócono tak, że powstał nowy trapez o takim samym polu. Oblicz, o ile procent skrócono wysokość h trapezu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 33. (0–2)

W trójkącie ABC boki BC i AC są równej długości. Prosta k jest prostopadła do podstawy AB tego trójkąta i przecina boki AB oraz BC w punktach – odpowiednio – D i E. Pole czworokąta $ADEC$ jest 17 razy większe od pola trójkąta BED. Oblicz $\frac{|CE|}{|EB|}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 34. (0–2)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, których cyfra dziesiątek należy do zbioru $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, a cyfra jedności należy do zbioru $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy liczbę dwucyfrową, która jest podzielna przez 4.

Odpowiedź: ....

Zadanie 35. (0–5)

Podstawa AB trójkąta równoramiennego ABC jest zawarta w prostej o równaniu $y = -2x + 16$. Wierzchołki B i C mają współrzędne $B = (3, 10)$ i $C = (-2, 3)$. Oblicz współrzędne wierzchołka A i pole trójkąta ABC.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)