CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2019

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

miejsce na naklejkę

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania kryteriów oceniania
- nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

DATA: **9 maja 2019 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-192

MMA 2019

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dla dowolnych liczb $x>0$, $x\neq 1$, $y>0$, $y\neq 1$ wartość wyrażenia $\left(\log_{\frac{1}{x}} y\right)\cdot\left(\log_{\frac{1}{y}} x\right)$ jest równa

A. $x\cdot y$ **B.** $\frac{1}{x\cdot y}$ **C.** -1 **D.** 1

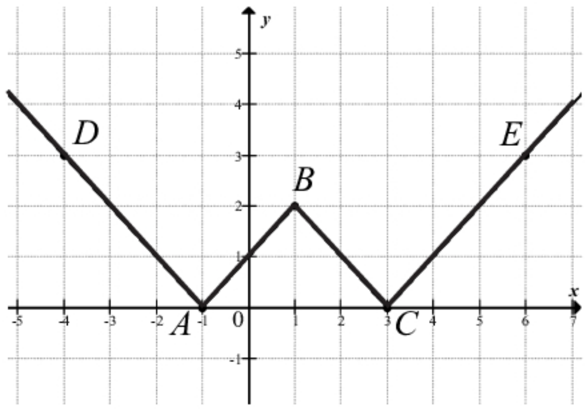
Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\cos^2 105^\circ - \sin^2 105^\circ$ jest równa

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $-\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji $y=f(x)$, który jest złożony z dwóch półprostych AD i CE oraz dwóch odcinków AB i BC, gdzie $A=(-1,0)$, $B=(1,2)$, $C=(3,0)$, $D=(-4,3)$, $E=(6,3)$.



Wzór funkcji f to

A. $f(x)=|x+1|+|x-1|$

B. $f(x)=||x-1|-2|$

C. $f(x)=||x-1|+2|$

D. $f(x)=|x-1|+2$

Zadanie 4. (0–1)

Zdarzenia losowe A i B zawarte w Ω są takie, że prawdopodobieństwo $P(B')$ zdarzenia B', przeciwnego do zdarzenia B, jest równe $\frac{1}{4}$. Ponadto prawdopodobieństwo warunkowe $P(A\mid B)=\frac{1}{5}$. Wynika stąd, że

A. $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ **B.** $P(A\cap B)=\frac{4}{15}$ **C.** $P(A\cap B)=\frac{3}{20}$ **D.** $P(A\cap B)=\frac{4}{5}$

BRUDNOPIS

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz granicę

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{9n^3+11n^2}{7n^3+5n^2+3n+1}-\frac{n^2}{3n^2+1}\right)$$

Wpisz w poniższe kratki – od lewej do prawej – trzy kolejne cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)

Rozważamy wszystkie liczby naturalne pięciocyfrowe zapisane przy użyciu cyfr 1, 3, 5, 7, 9, bez powtarzania jakiejkolwiek cyfry. Oblicz sumę wszystkich takich liczb.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 7. (0–2)

Punkt $P=(10, 2429)$ leży na paraboli o równaniu $y=2x^2+x+2219$. Prosta o równaniu kierunkowym $y=ax+b$ jest styczna do tej paraboli w punkcie P. Oblicz współczynnik b.

Odpowiedź: ....

Zadanie 8. (0–3)

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y, takich że $x < y$, i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej a, prawdziwa jest nierówność $\frac{x+a}{y+a} + \frac{y}{x} > 2$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.	8.
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Na ramieniu AC tego trójkąta wybrano punkt M ($M \neq A$ i $M \neq C$), a na ramieniu BC wybrano punkt N, w taki sposób, że $|AM| = |CN|$. Przez punkty M i N poprowadzono proste prostopadłe do podstawy AB tego trójkąta, które wyznaczają na niej punkty S i T. Udowodnij, że $|ST| = \frac{1}{2}|AB|$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (0–4)

Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC oraz $|AC| = 16$, $|AD| = 6$, $|CD| = 14$ i $|BC| = |BD|$.
Oblicz obwód trójkąta ABC.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 11. (0–6)

Dane są okręgi o równaniach $x^2+y^2-12x-8y+43=0$ i $x^2+y^2-2ax+4y+a^2-77=0$. Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których te okręgi mają dokładnie jeden punkt wspólny. Rozważ wszystkie przypadki.

Odpowiedź: ....

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>11.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 12. (0–6)

Trzywyrazowy ciąg (a, b, c) o wyrazach dodatnich jest arytmetyczny, natomiast ciąg $\left(\frac{1}{a}, \frac{2}{3b}, \frac{1}{2a+2b+c}\right)$ jest geometryczny. Oblicz iloraz ciągu geometrycznego.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–6)

Wielomian określony wzorem $W(x) = 2x^3 + (m^3 + 2)x^2 - 11x - 2(2m+1)$ jest podzielny przez dwumian $(x-2)$ oraz przy dzieleniu przez dwumian $(x+1)$ daje resztę 6. Oblicz m i dla wyznaczonej wartości m rozwiąż nierówność $W(x) \le 0$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–4)

Rozwiąż równanie $(\cos x)\left[\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right]=\frac{1}{2}\sin x$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)

Rozważmy wszystkie graniastosłupy prawidłowe trójkątne o objętości $V = 2$. Wyznacz długości krawędzi tego z rozważanych graniastosłupów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*