

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY
KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce
na naklejkę*

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

 DATA: **4 czerwca 2019 r.**

 GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

 CZAS PRACY: **180 minut**

 LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**
**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- | | |
|--|---------------------------------------|
| | dostosowania
kryteriów oceniania |
| | nieprzenoszenia
zaznaczeń na kartę |

Instrukcja dla zdającego

- Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 20 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
- Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
- Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
- W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
- Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
- Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
- Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
- Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
- Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
- Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
- Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1_1P-193

NOWA FORMUŁA

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Parametr m dobrano tak, że każda liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania

$$(4 - m^2) \cdot x = m^2 - 3m + 2$$

z niewiadomą x . Wynika stąd, że

- A. $m = -2$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 4$

Zadanie 2. (0–1)

Dane są trzy niewspółliniowe punkty: $A = (1, 1)$, $B = (6, 3)$, $C = (4, 5)$. Ile jest wszystkich punktów D takich, że czworokąt o wierzchołkach w punktach A , B , C , D jest równoległobokiem?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Zadanie 3. (0–1)

Wiadomo, że wielomian $15x^5 - 133x^4 + 383x^3 - 499x^2 + 146x + 120$ ma w zbiorze $\{\frac{7}{6}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \frac{9}{5}\}$ dokładnie jeden pierwiastek wymierny. Jest nim liczba

- A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{7}{6}$ C. $\frac{8}{7}$ D. $\frac{9}{5}$

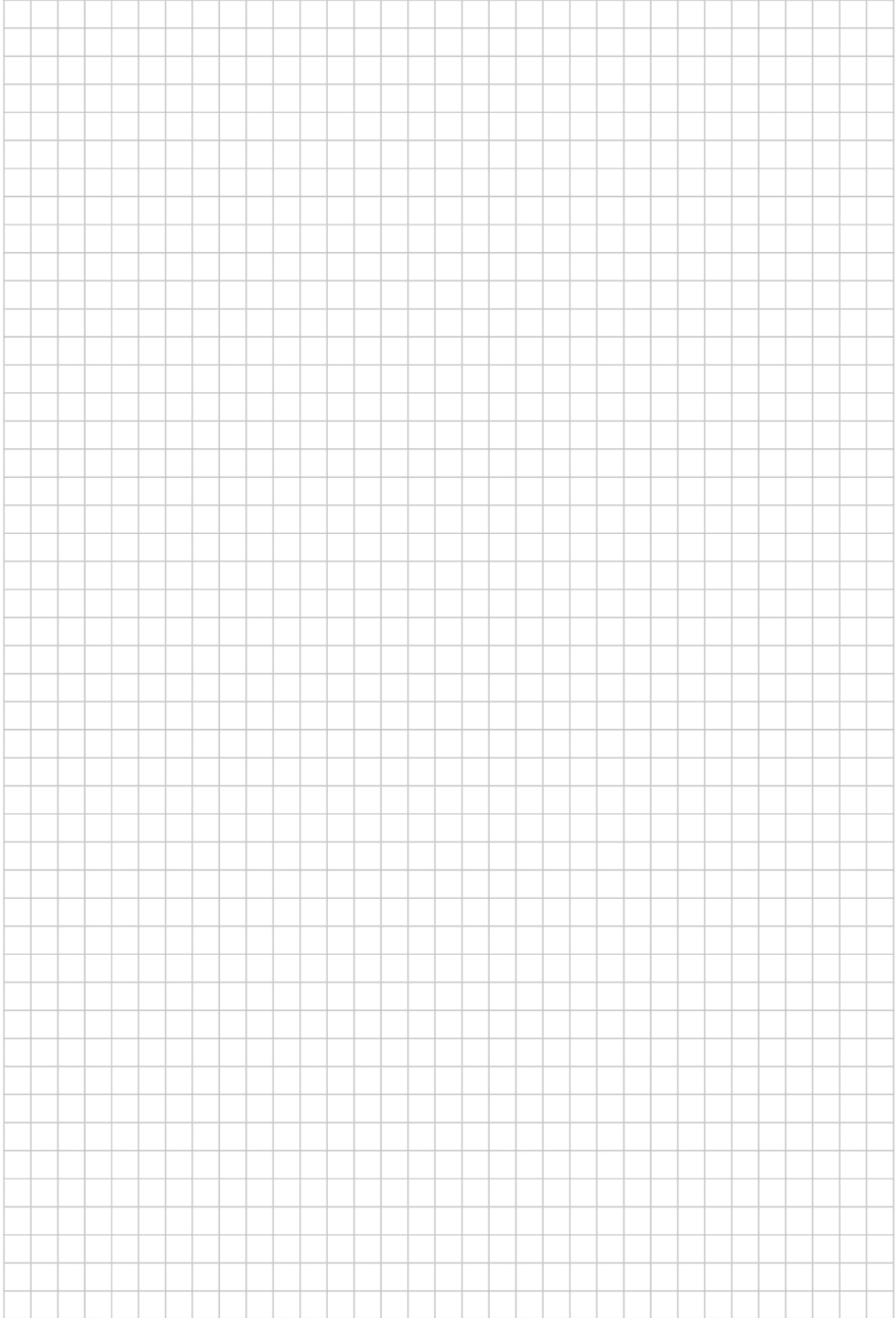
Zadanie 4. (0–1)

Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest określony w następujący sposób: $a_1 = \frac{3}{5}$ oraz

$a_{n+1} = \frac{2}{3} \cdot a_n$ dla $n \geq 1$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

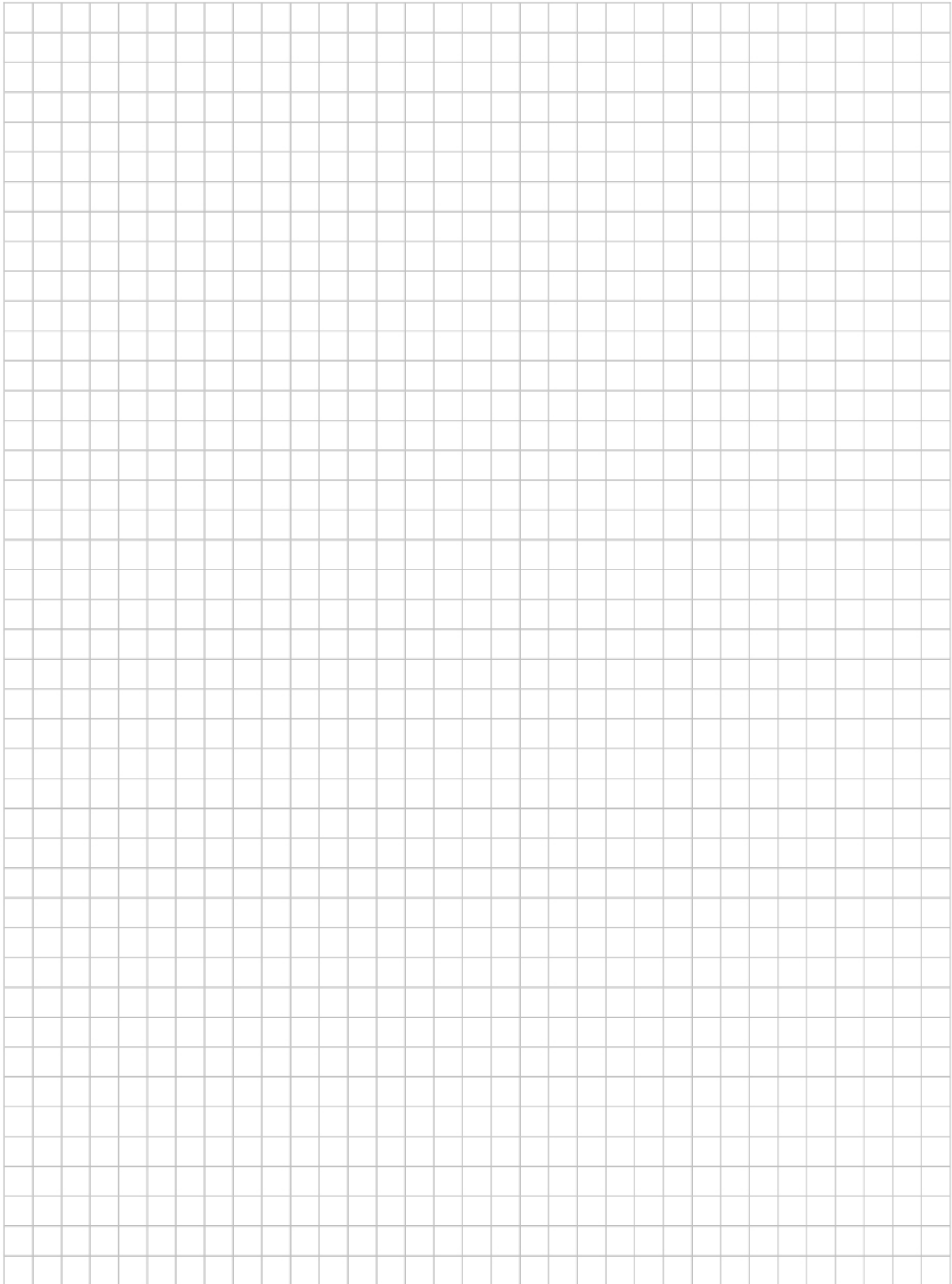
- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{10}{9}$ C. $\frac{9}{10}$ D. $\frac{9}{5}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 6. (0–3)

Oblicz, ile jest siedmiocyfrowych liczb naturalnych takich, że iloczyn wszystkich ich cyfr w zapisie dziesiętnym jest równy 28.

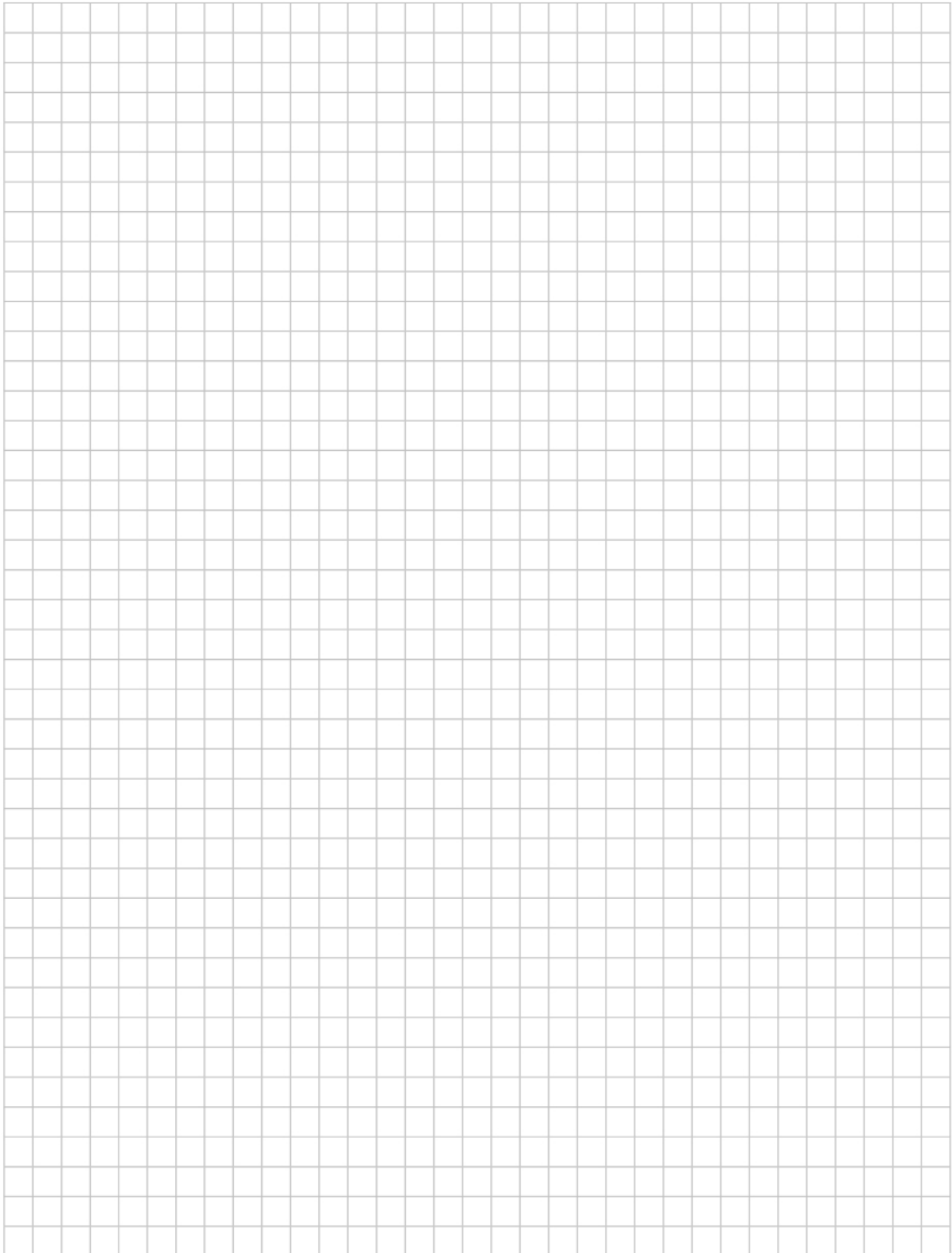


Odpowiedź:

Zadanie 7. (0–2)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{25x^2 - 9}{x^2 + 2}$ dla każdej liczby rzeczywistej x .

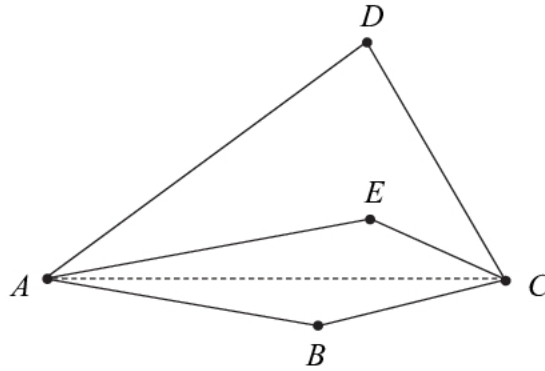
Oblicz wartość $f'(10)$ pochodnej tej funkcji dla argumentu 10.



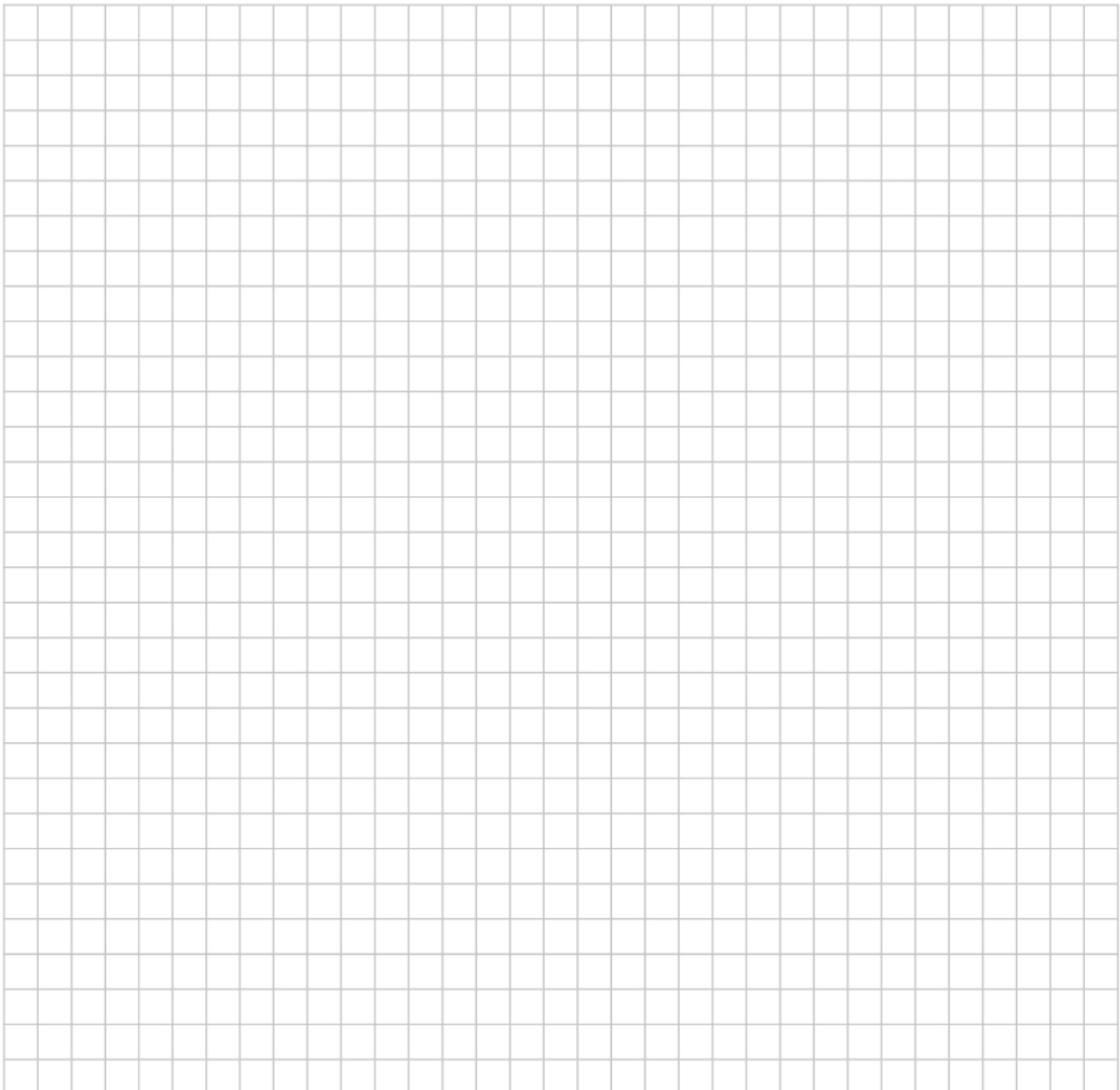
Odpowiedź:

Zadanie 8. (0–3)

Dwusieczne kątów BAD i BCD czworokąta wypukłego $ABCD$ przecinają się w punkcie E , przy czym punkty B i E leżą po przeciwnych stronach prostej AC (zobacz rysunek).

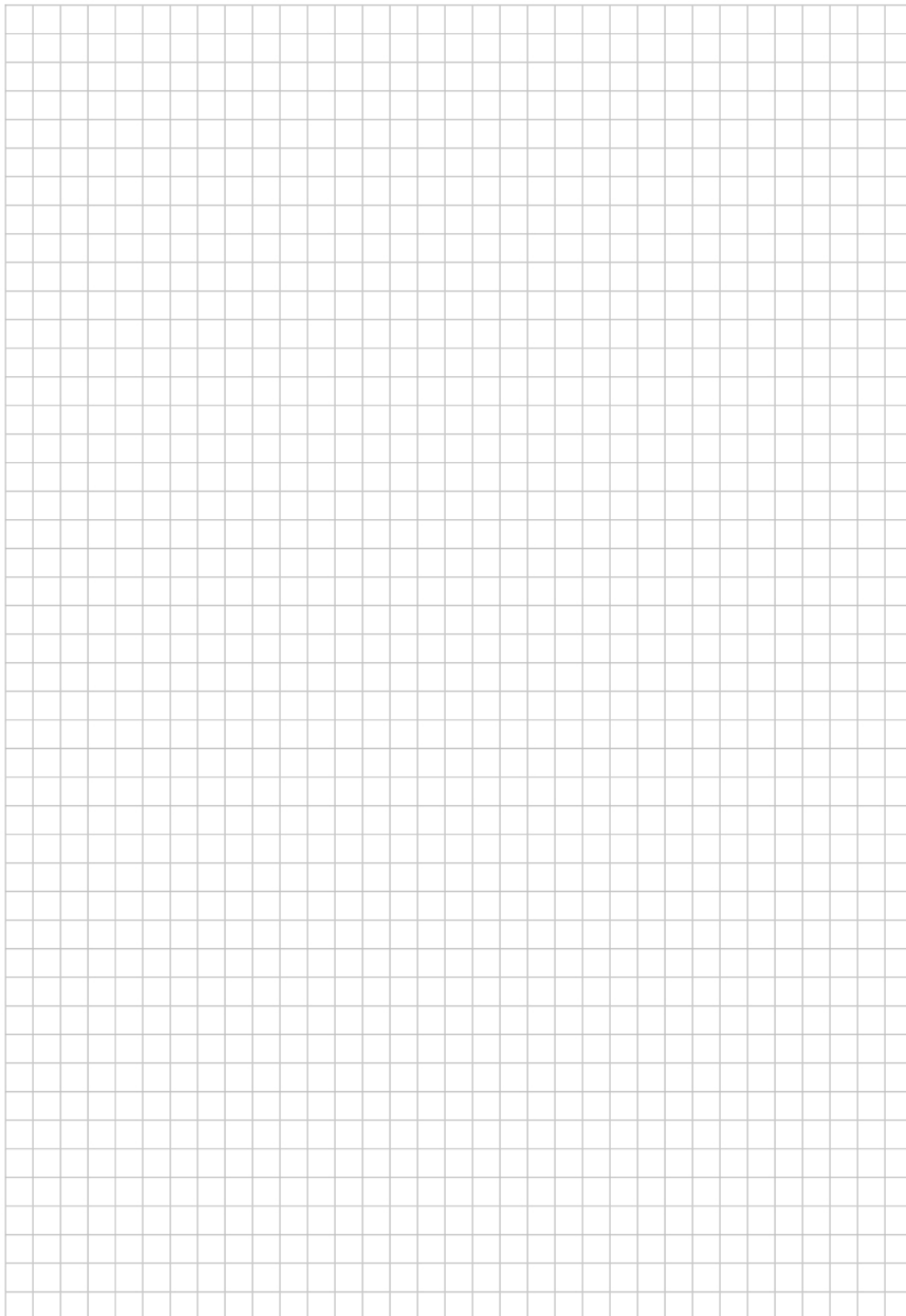


Wykaż, że $|\sphericalangle ABC| - |\sphericalangle ADC| + 2 \cdot |\sphericalangle AEC| = 360^\circ$.



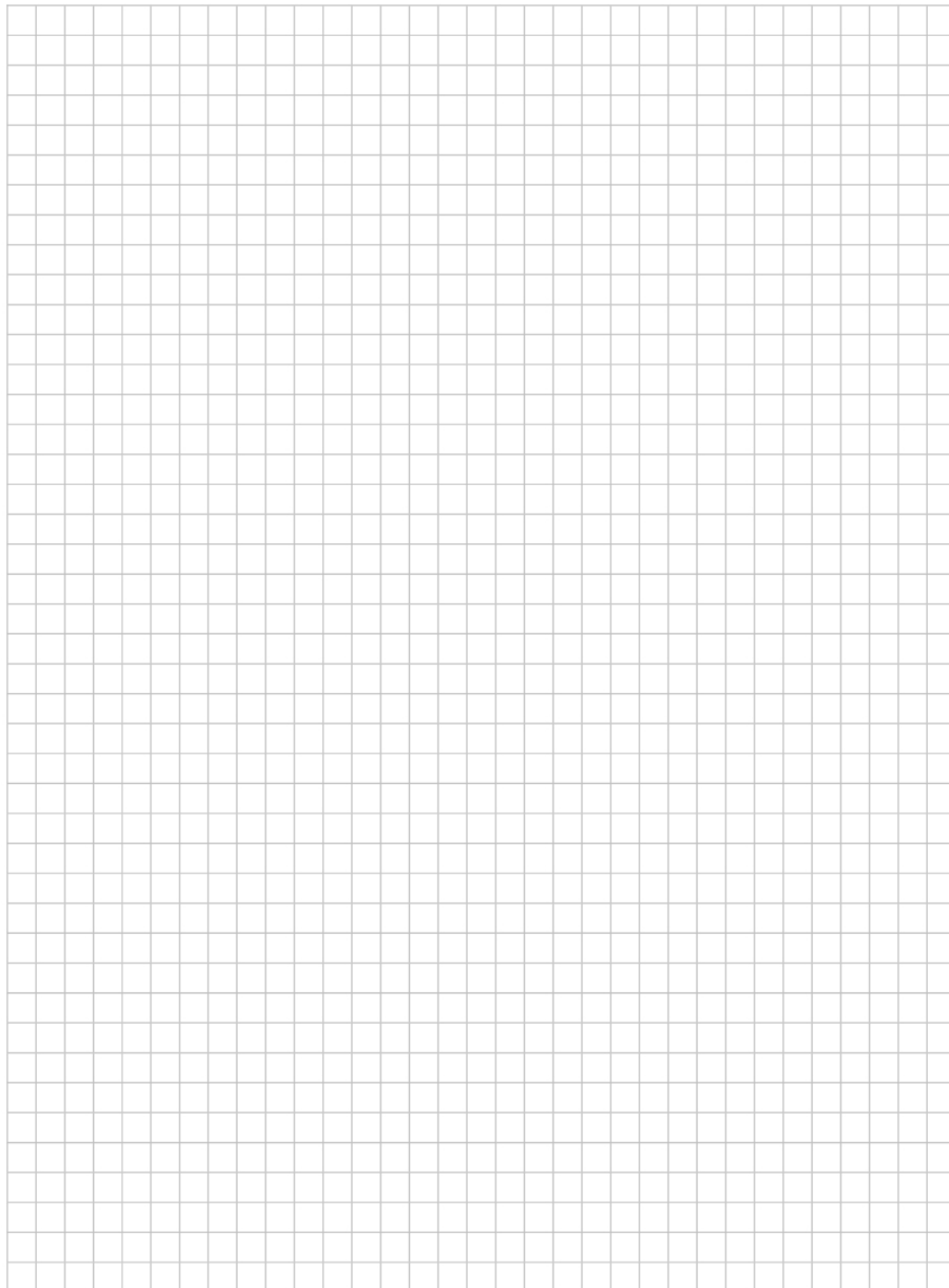
Zadanie 9. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby nieparzystej n wyrażenie $n^5 - 3n^4 - n + 19$ jest podzielne przez 16.



Zadanie 10. (0–4)

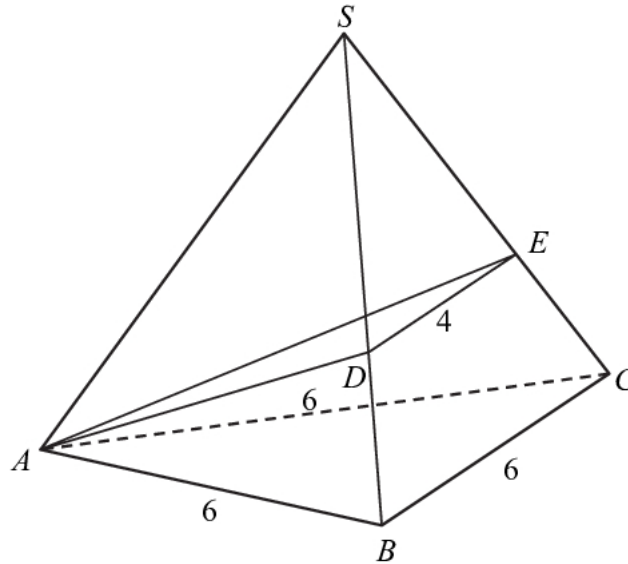
Miara kąta wewnętrznego n -kąta foremnego jest o 2° mniejsza od miary kąta wewnętrznego $(n+2)$ -kąta foremnego. Oblicz n .



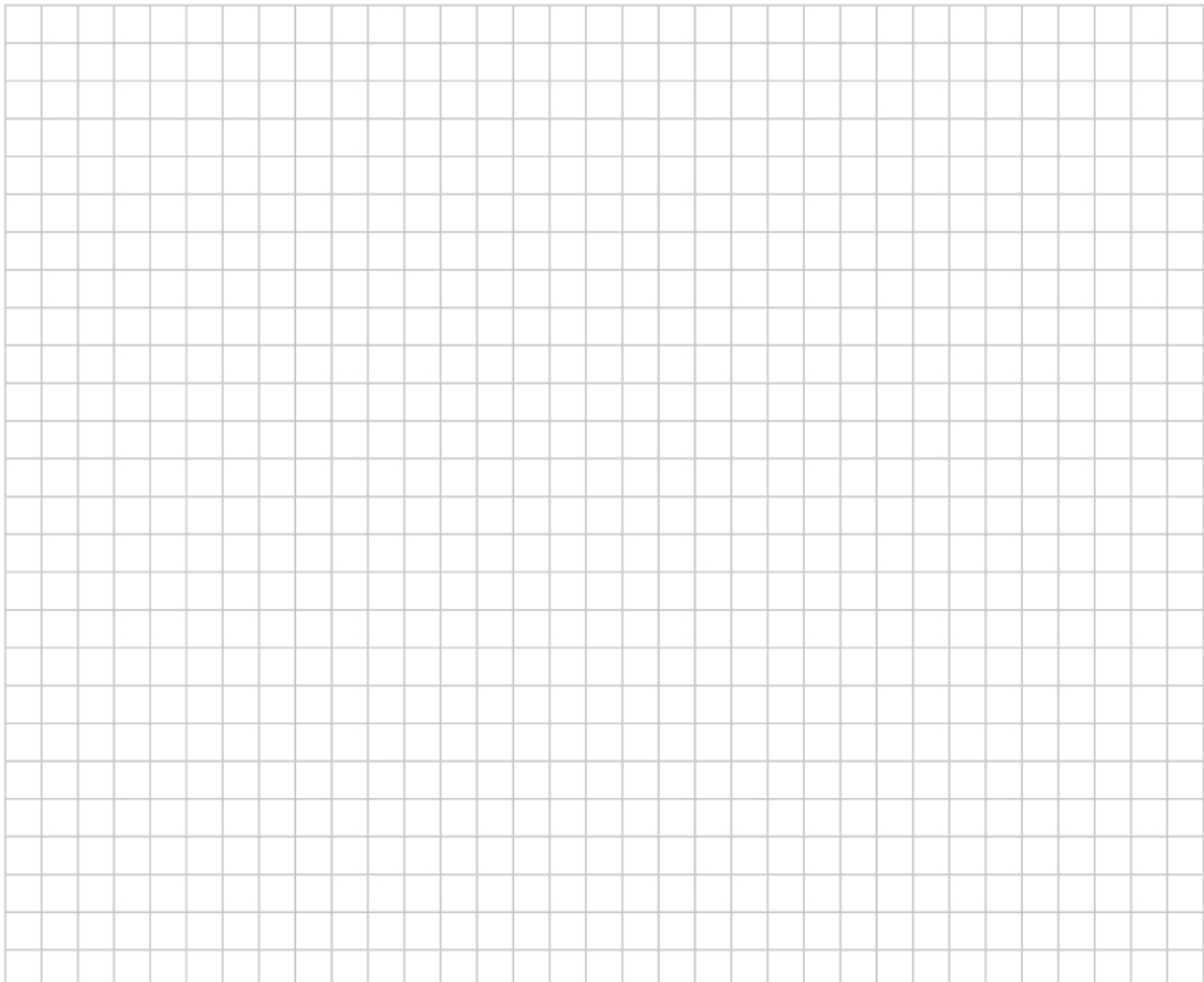
Odpowiedź:

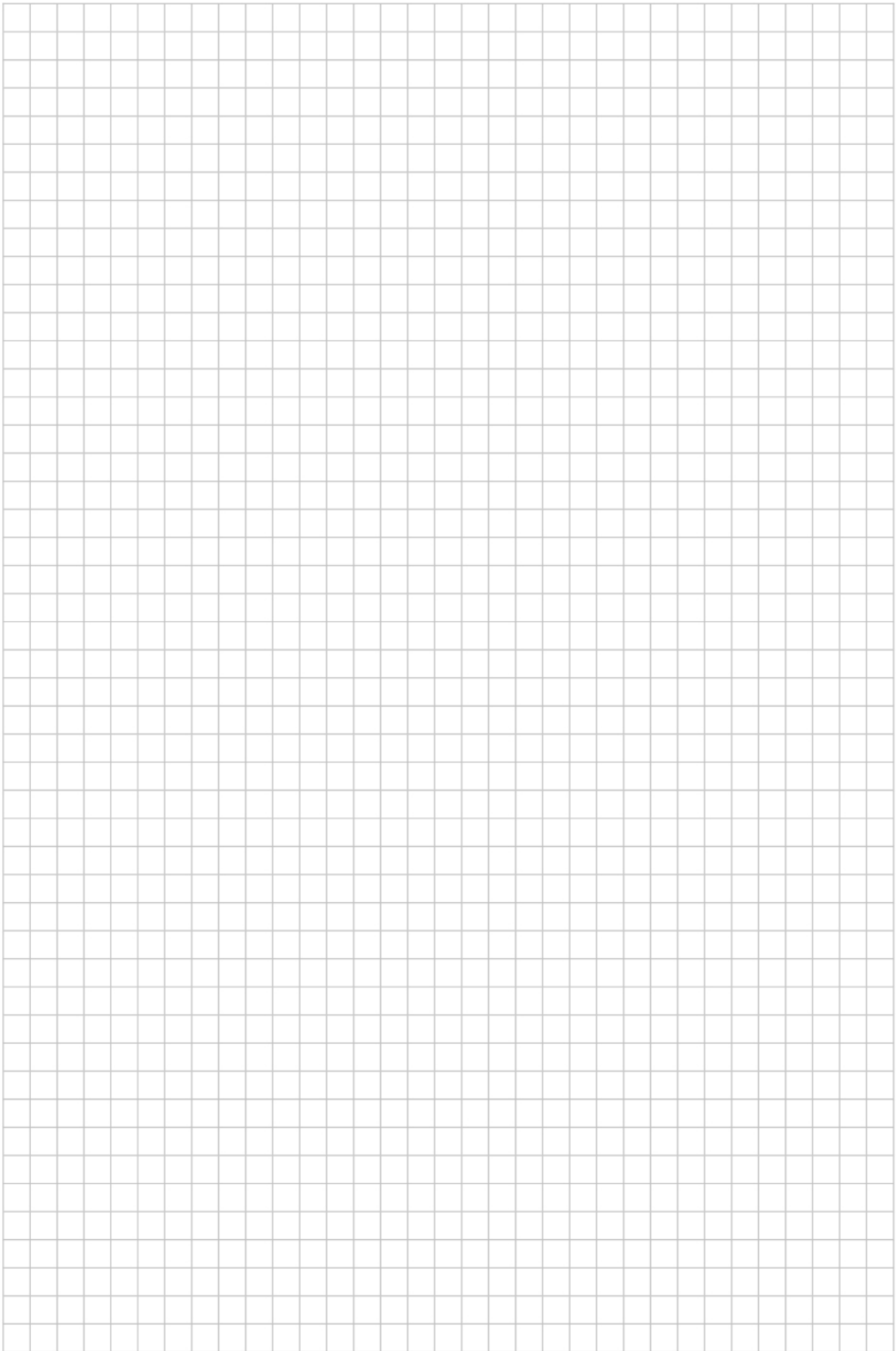
Zadanie 11. (0–6)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 6. Na krawędziach bocznych BS i CS wybrano punkty, odpowiednio D i E , takie że $|BD| = |CE|$ oraz $|DE| = 4$ (zobacz rysunek). Płaszczyzna ADE jest prostopadła do płaszczyzny ściany bocznej BCS ostrosłupa.



Oblicz objętość tego ostrosłupa.

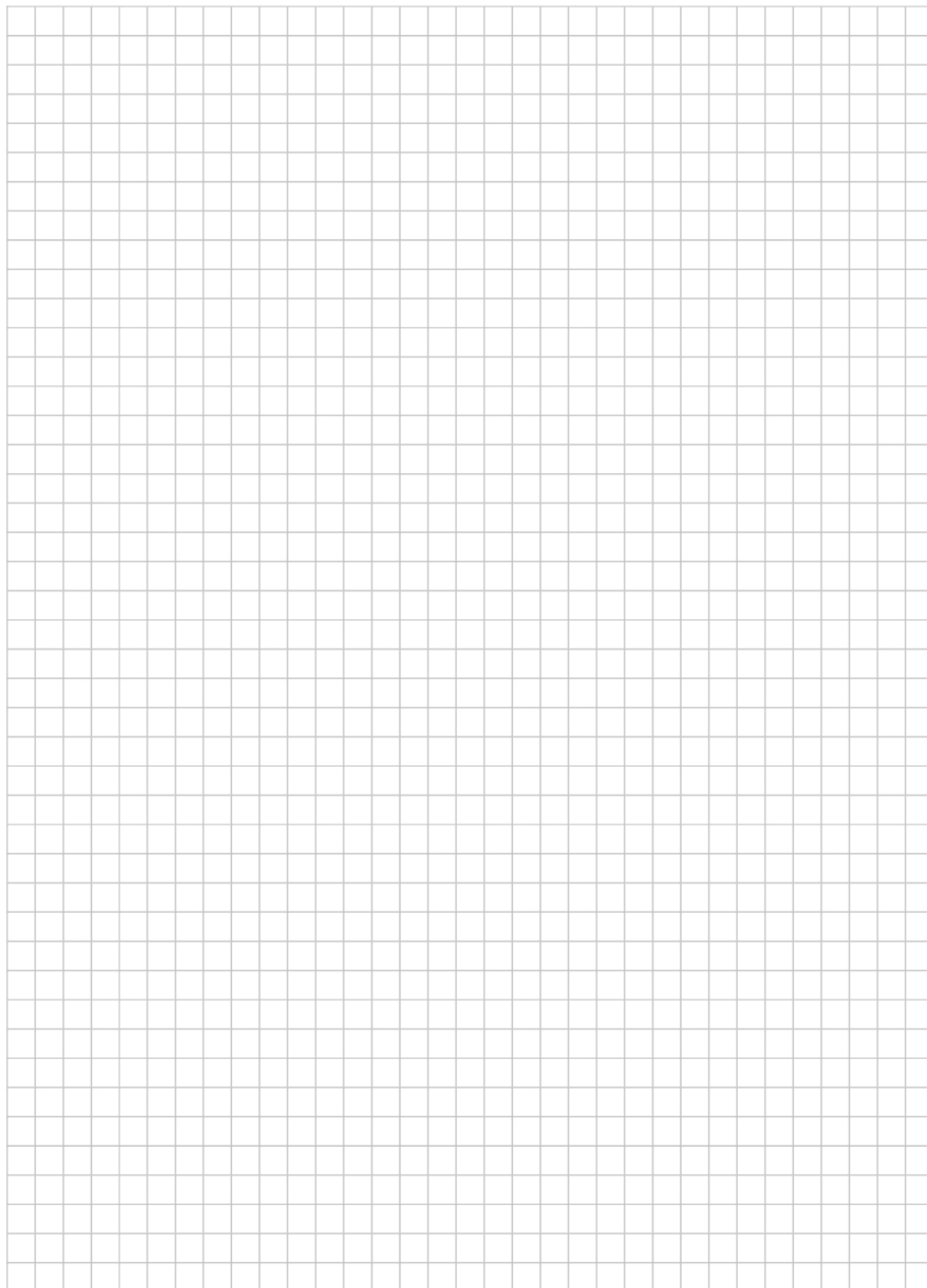


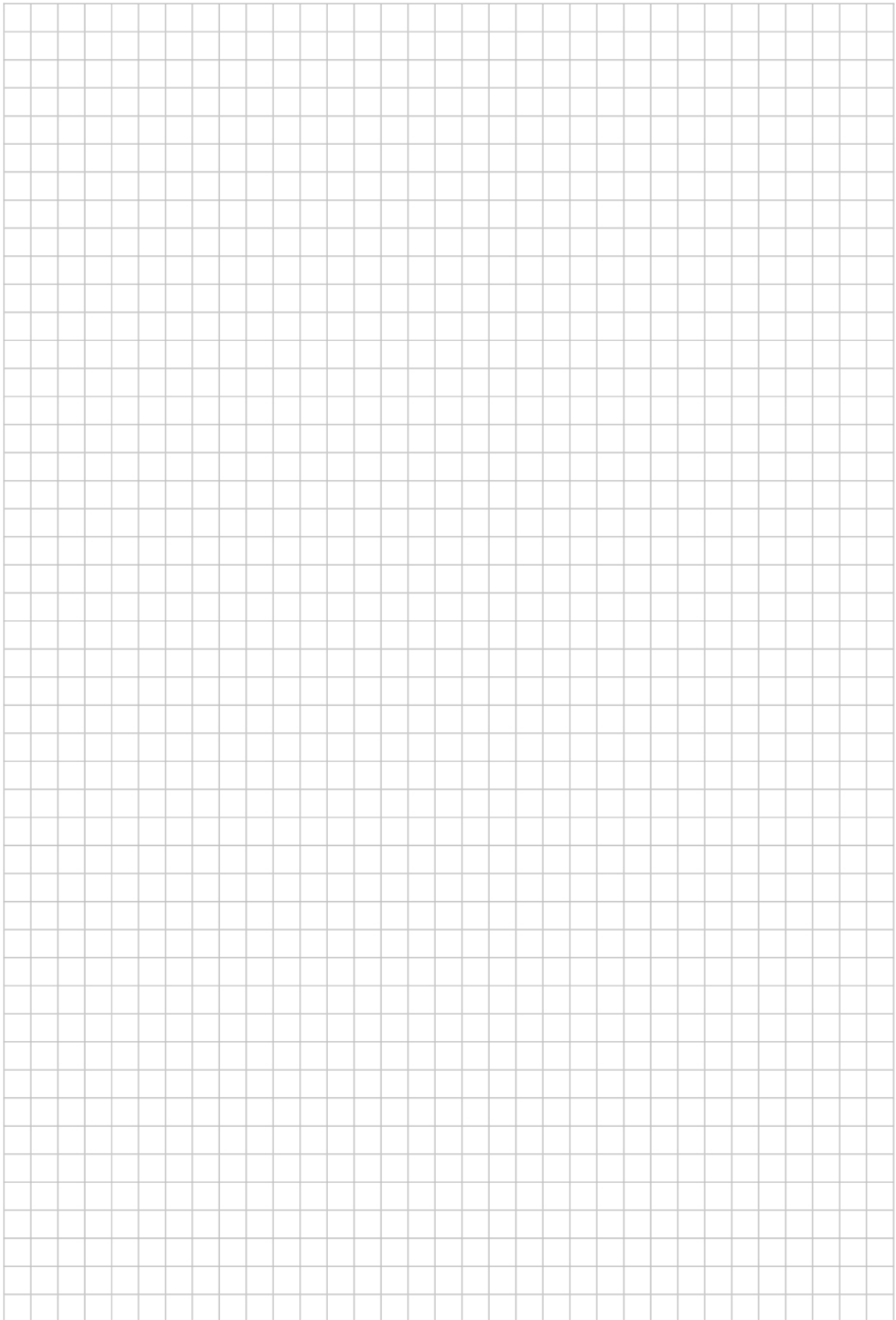


Odpowiedź:

Zadanie 12. (0–6)Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie

$$4x^2 + (2 - 4m)x + m^2 - m - 2 = 0$$

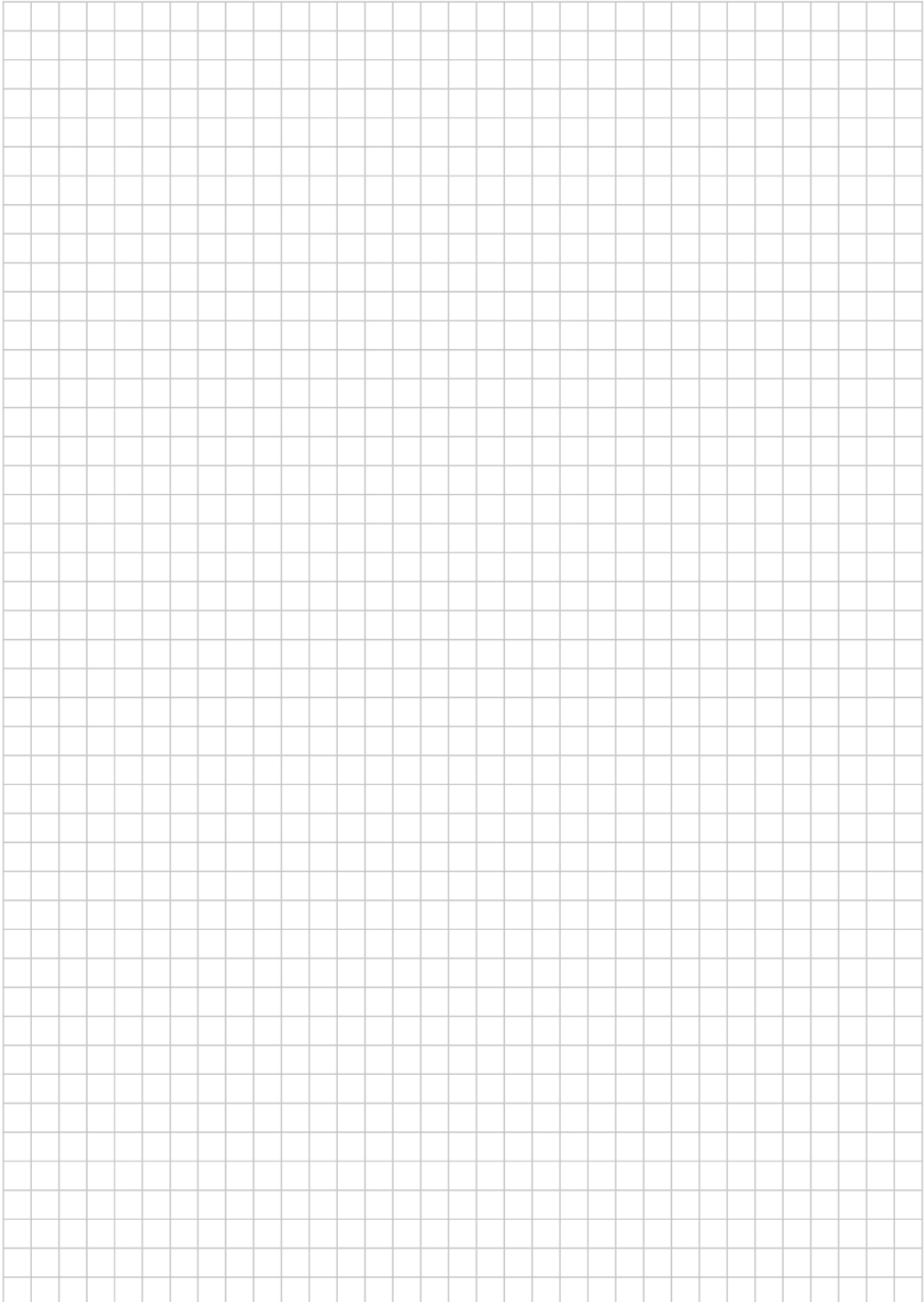
ma dwa różne dodatnie rozwiązania x_1, x_2 spełniające nierówność $x_1^2 + x_2^2 \leq \frac{17}{4}$.

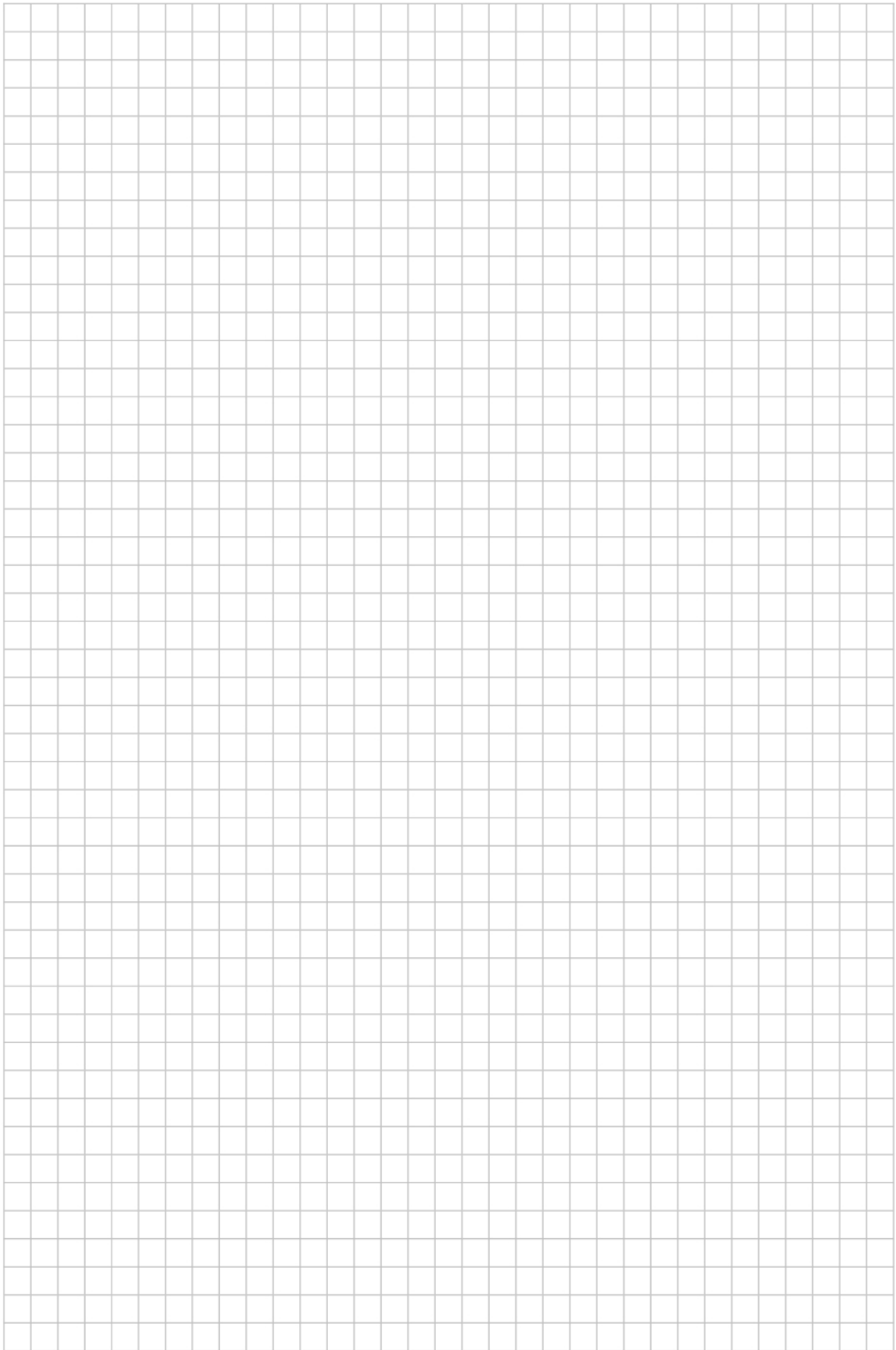


Odpowiedź:

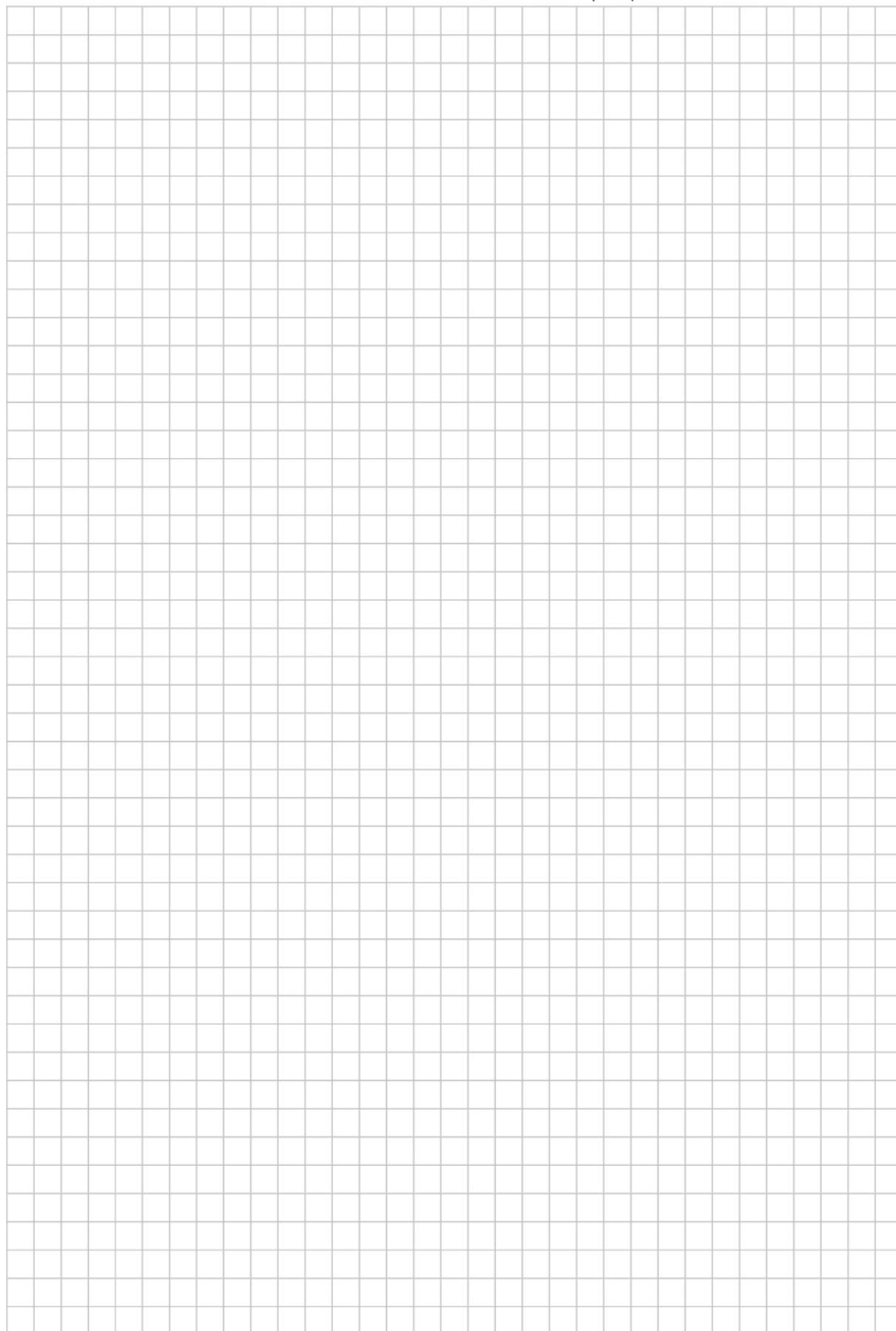
Zadanie 13. (0–6)

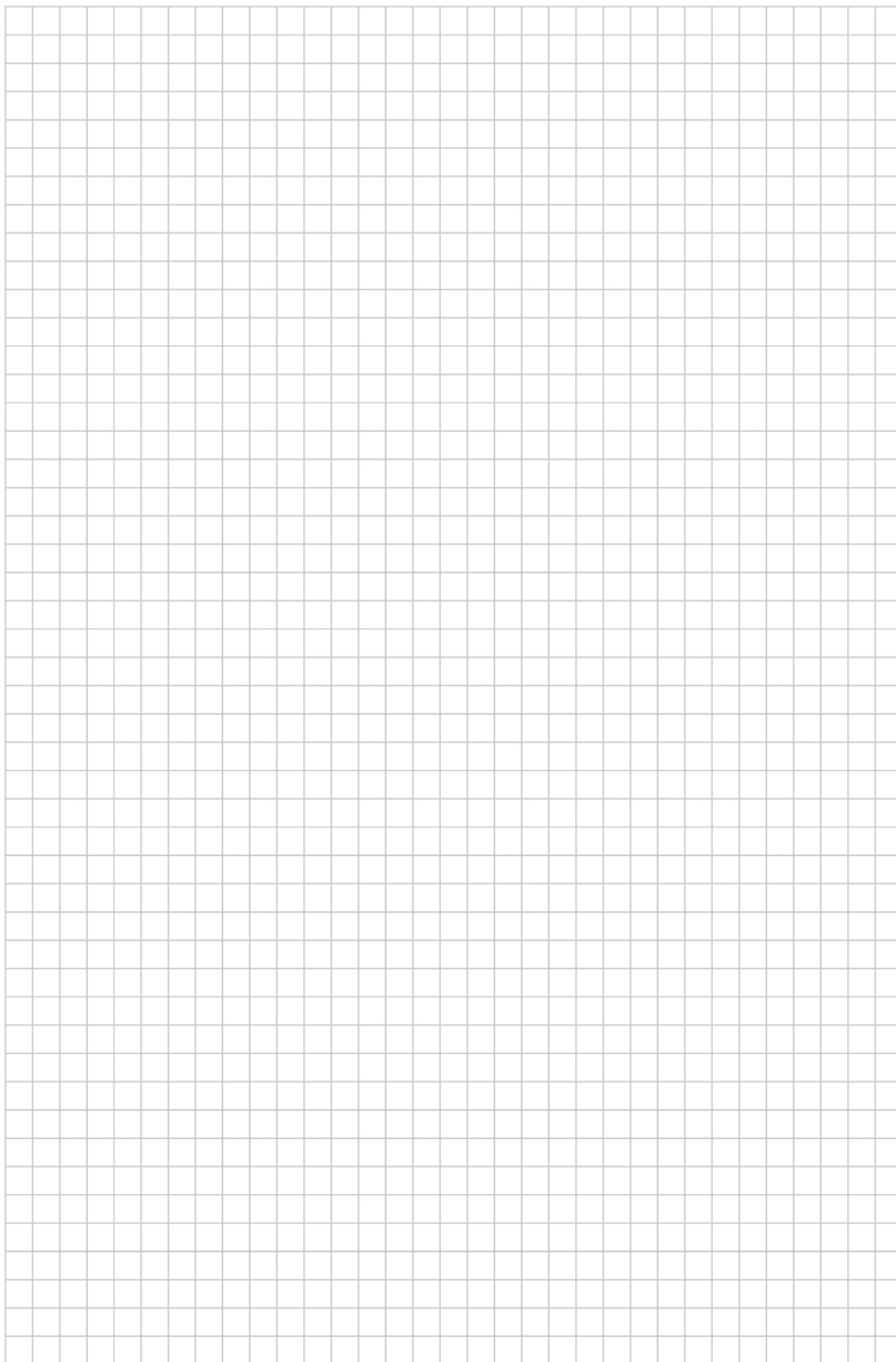
Punkt $A = (-2, 6)$ jest wierzchołkiem rombu $ABCD$ o polu 90. Przekątna BD zawiera się w prostej l o równaniu $2x - y - 5 = 0$. Wyznacz długość boku tego rombu.





Odpowiedź:

Zadanie 14. (0–4)Rozwiąż równanie $4\sin 7x \cos 2x = 2\sin 9x - 1$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 15. (0–7)

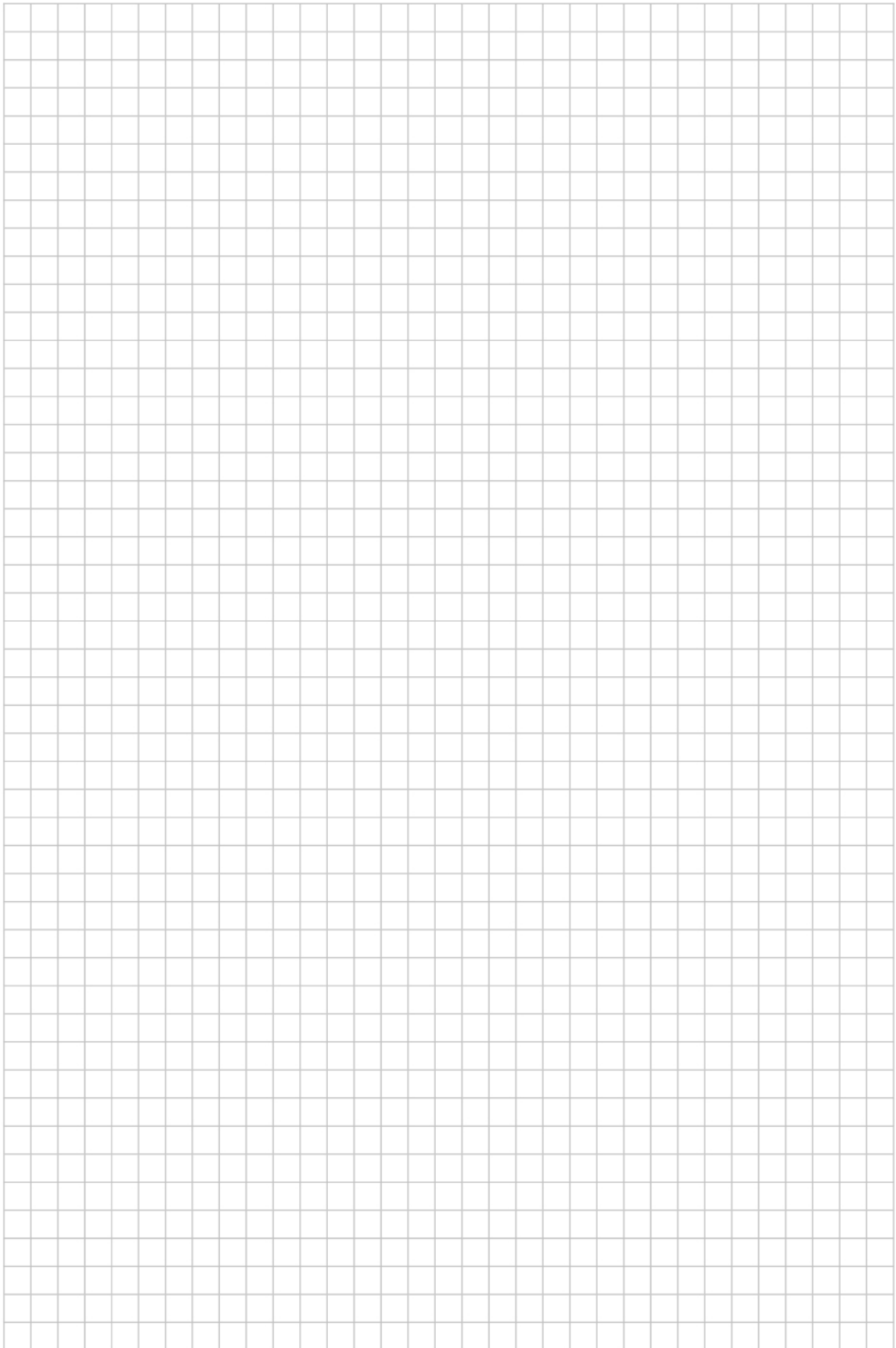
Dany jest okrąg o środku S i promieniu 18. Rozpatrujemy pary okręgów: jeden o środku S_1 i promieniu x oraz drugi o środku S_2 i promieniu $2x$, o których wiadomo, że spełniają jednocześnie następujące warunki:

- rozważane dwa okręgi są styczne zewnętrznie;
- obydwa rozważane okręgi są styczne wewnętrznie do okręgu o środku S i promieniu 18;
- punkty: S, S_1, S_2 nie leżą na jednej prostej.

Pole trójkąta o bokach a, b, c można obliczyć ze wzoru Herona $P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, gdzie p – jest połową obwodu trójkąta.

Zapisz pole trójkąta SS_1S_2 jako funkcję zmiennej x . Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz długości boków tego z rozważanych trójkątów, którego pole jest największe. Oblicz to największe pole.





Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)