

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

## POZIOM ROZSZERZONY

**Czas pracy: 180 minut**

**LISTOPAD  
2018**

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1.–16.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniu kodowanym (6.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (7.–16.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

***Życzymy powodzenia!***

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Jeżeli  $(a_n)$  jest nieskończonym i niemonotonicznym ciągiem geometrycznym, w którym  $a_1 = 16$  i  $a_3 = 1$ , to suma wszystkich jego wyrazów wynosi:

- A.  $21\frac{1}{3}$                       B. 12,8                      C. 0,8                      D.  $5\frac{1}{3}$

### Zadanie 2. (0–1)

Dziedzina funkcji  $f(x) = \log_{x+1}(4-x^2)$  jest:

- A.  $(-2, 0) \cup (0, 2)$       B.  $(-2, -1) \cup (-1, 2)$       C.  $(-1, 0) \cup (0, 2)$       D.  $(-1, 2)$

### Zadanie 3. (0–1)

Równanie  $\left|3 - \frac{1}{x}\right| = m$  ma dwa różne rozwiązania dodatnie wtedy i tylko wtedy, gdy:

- A.  $m \in (0, 3) \cup (3, +\infty)$       B.  $m \in (0, 3)$                       C.  $m \in (3, +\infty)$                       D.  $m \in (0, +\infty)$

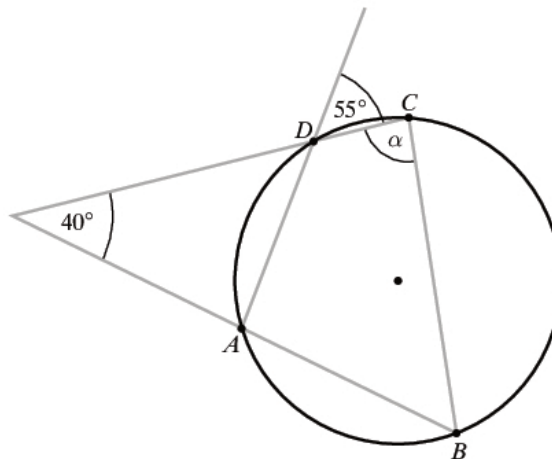
### Zadanie 4. (0–1)

Funkcja  $f(x) = \frac{x+3}{(x-2)^2}$ :

- A. nie ma ekstremów lokalnych  
B. ma dwa ekstrema lokalne w punktach  $x_1 = -8$  i  $x_2 = 2$   
C. ma dwa ekstrema lokalne w punktach  $x_1 = -2$  i  $x_2 = 8$   
D. ma jedno ekstremum lokalne w punkcie  $x_1 = -8$

### Zadanie 5. (0–1)

Czworokąt  $ABCD$  przedstawiony na rysunku jest wpisany w okrąg. Miara kąta  $\alpha$  jest równa:



- A.  $85^\circ$                       B.  $90^\circ$                       C.  $75^\circ$                       D.  $55^\circ$

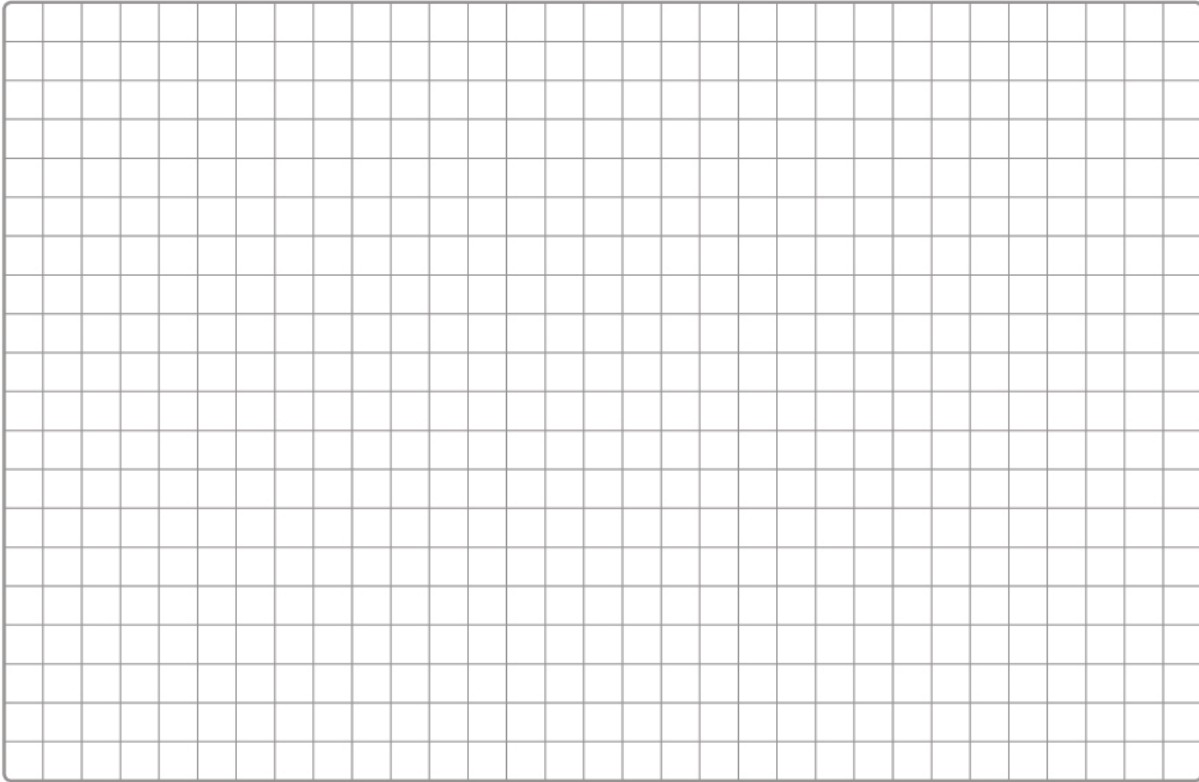
**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**





**Zadanie 8. (0–4)**

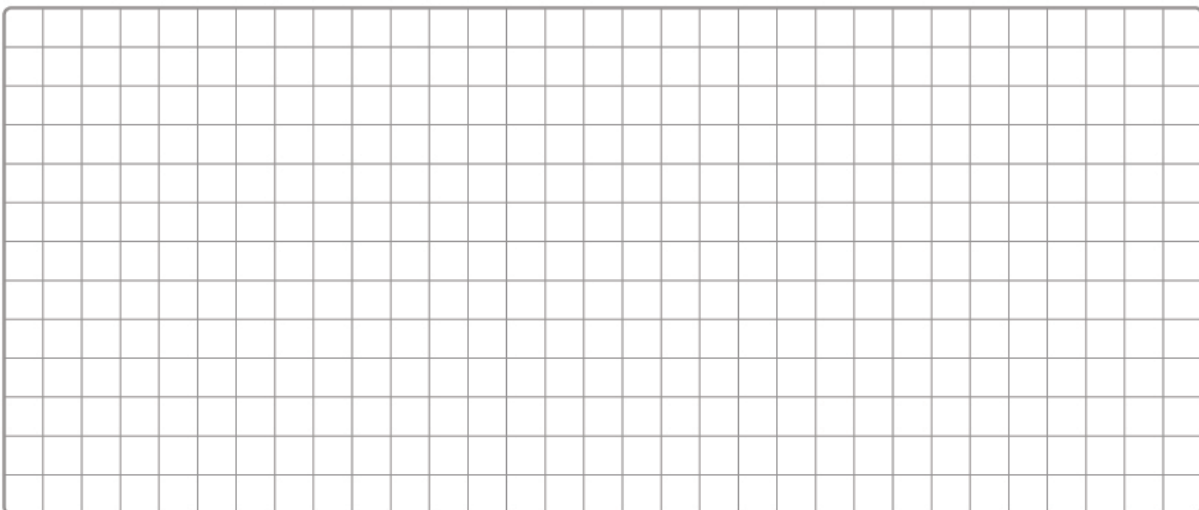
Rozwiąż równanie  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos x = \frac{3}{2}$  w przedziale  $\langle 0; 2\pi \rangle$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 9. (0–3)**

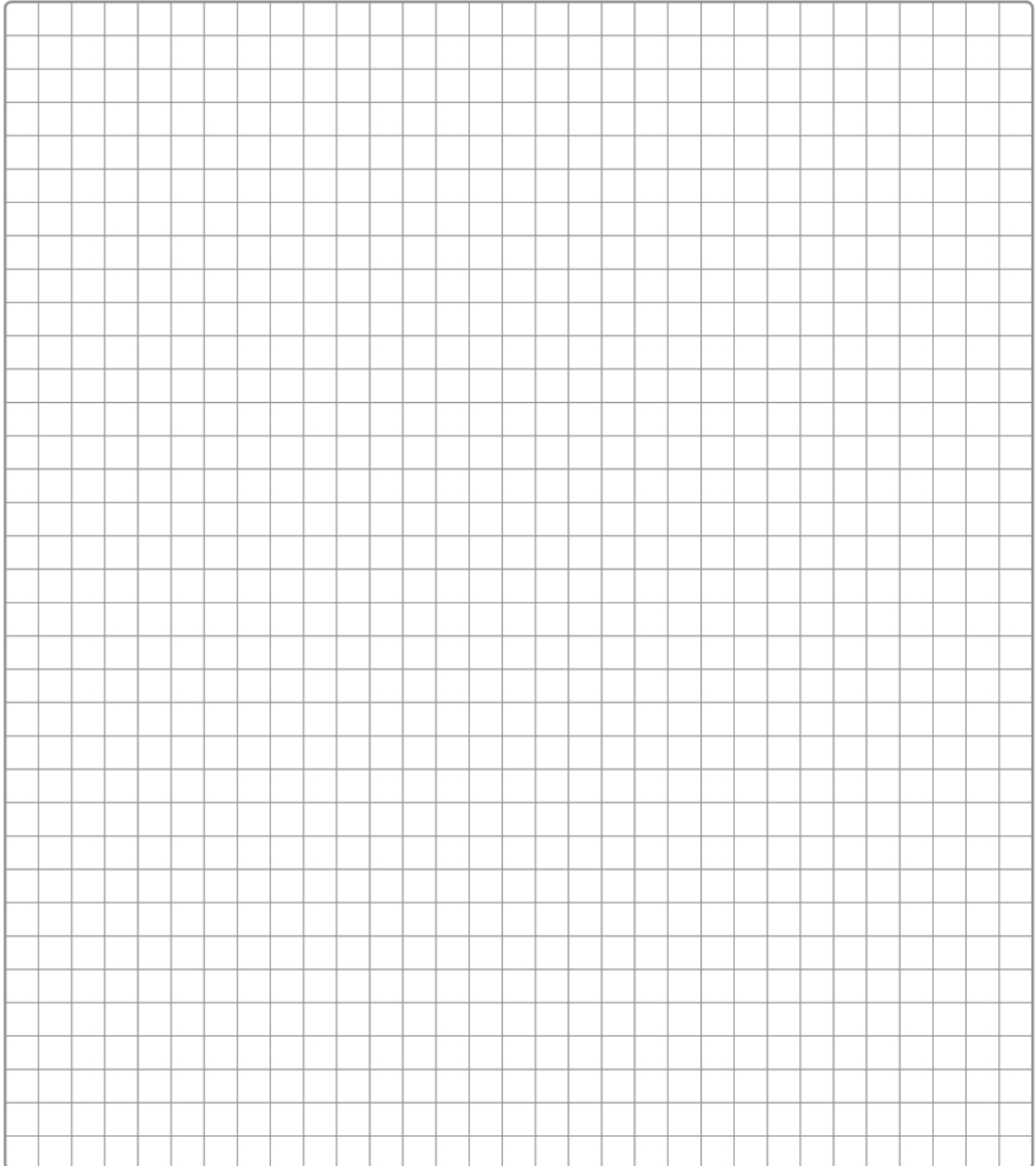
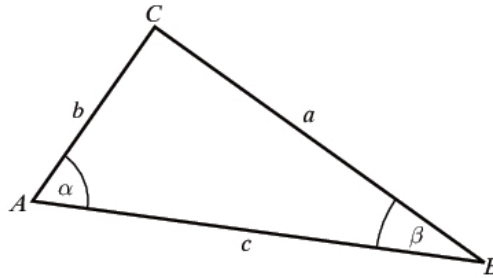
Trapez prostokątny jest opisany na okręgu o promieniu 5. Kąt ostry trapezu ma miarę  $45^\circ$ . Oblicz długości odcinków, na które punkt styczności okręgu podzielił ramię pochyłe trapezu.



Odpowiedź: .....

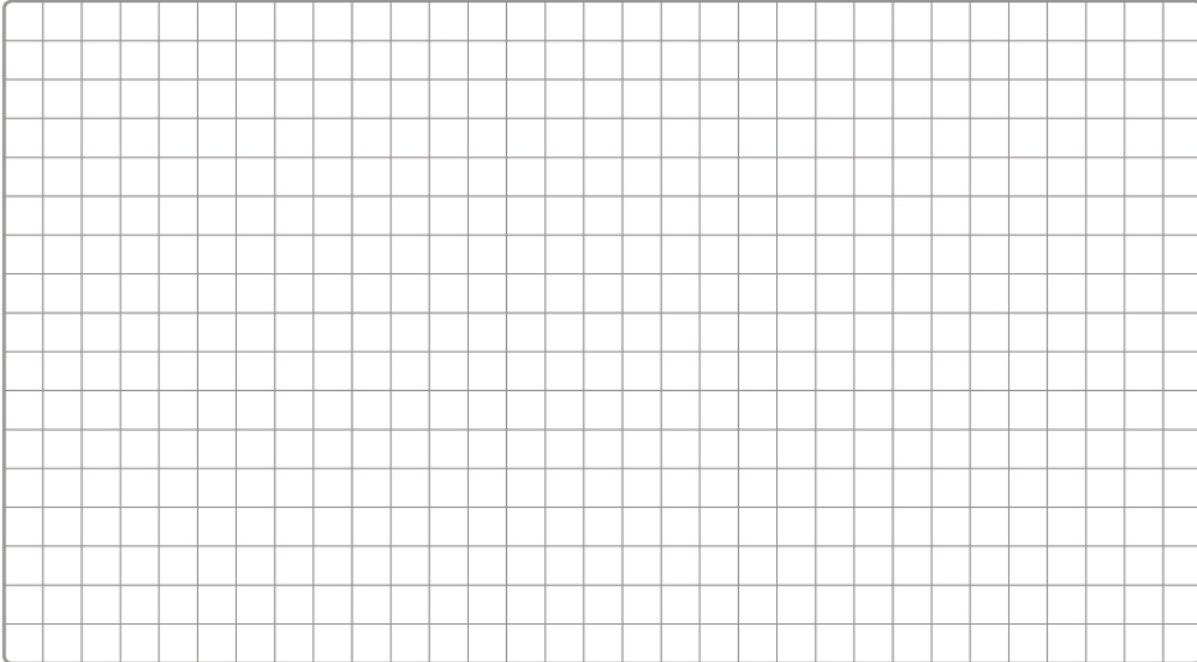
**Zadanie 10. (0–3)**

W trójkącie  $ABC$ :  $|AB|=c$ ,  $|AC|=b$ ,  $|BC|=a$  oraz  $|\angle BAC|=\alpha$  i  $|\angle ABC|=\beta$  (zobacz rysunek).  
Wykaż, że jeżeli  $\alpha = 2\beta$ , to  $a^2 - b^2 = bc$ .



**Zadanie 11. (0–4)**

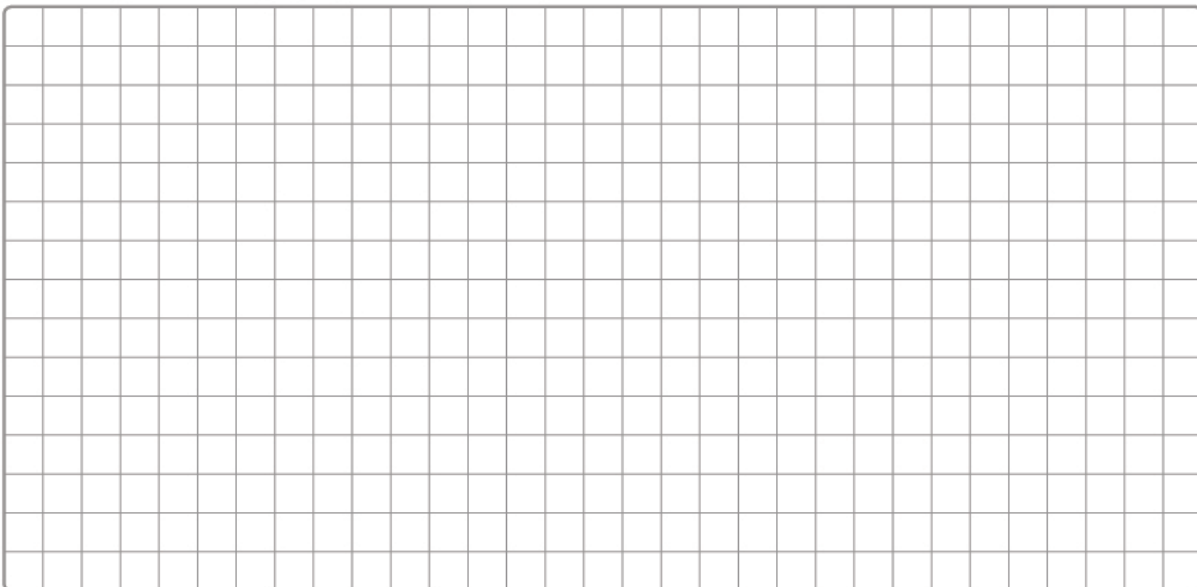
Wielomian  $W(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$  jest podzielny przez trójmian  $x^2 + x - 6$ , a przy dzieleniu przez dwumian  $x + 1$  daje resztę 6. Wyznacz wartości współczynników  $a$ ,  $b$  i  $c$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 12. (0–3)**

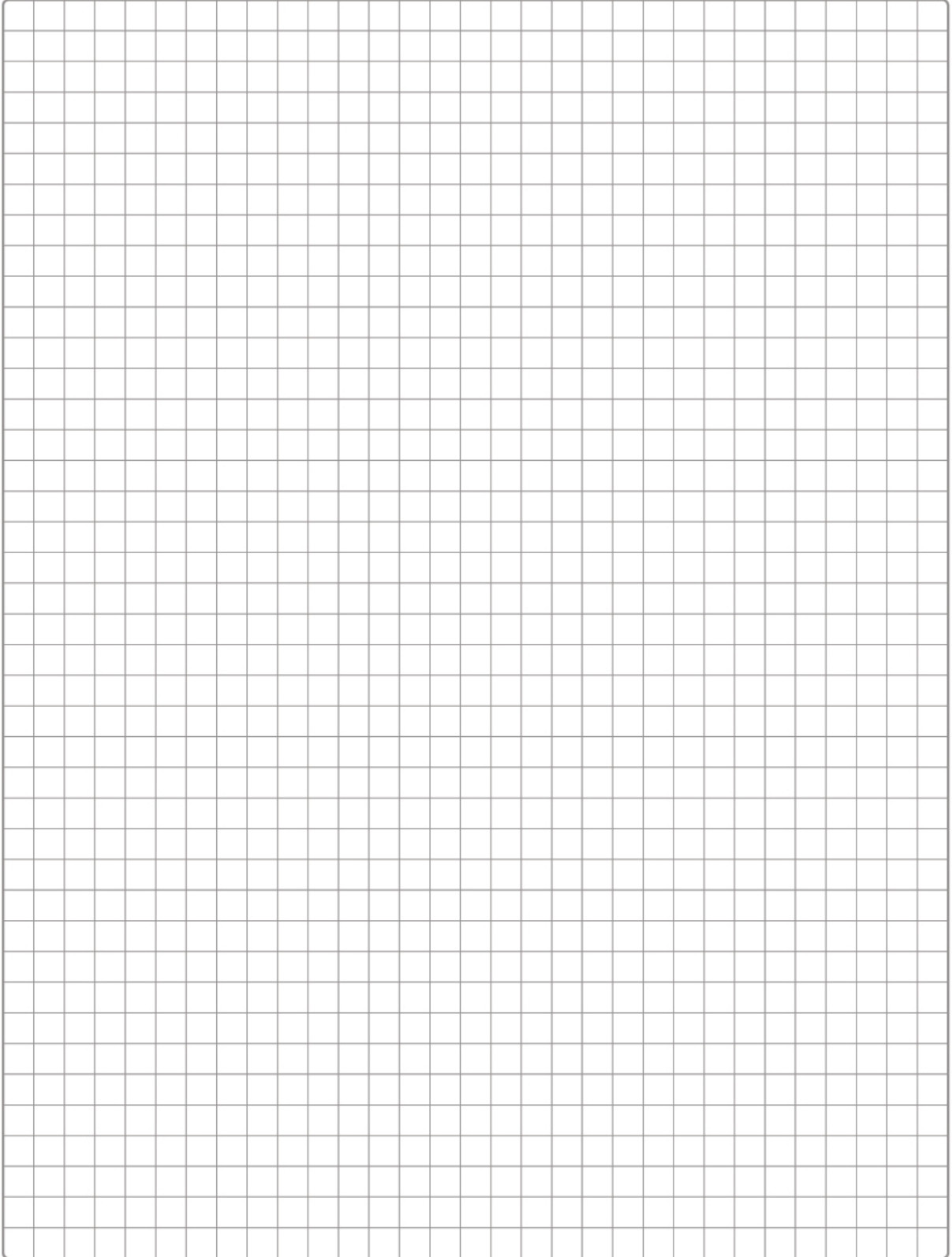
Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dodatnich nie większych od 30 losujemy kolejno 2 razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że otrzymamy w ten sposób parę liczb, których iloczyn jest mniejszy od 30 pod warunkiem, że pierwsza wylosowana liczba jest mniejsza od drugiej wylosowanej liczby.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–6)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których dwa różne rozwiązania  $x_1$  i  $x_2$  równania  $(m+1)x^2 + 2\sqrt{2}x - m^2 + 2 = 0$  spełniają warunek  $x_1^2 + x_2^2 \geq m - x_1x_2$ .

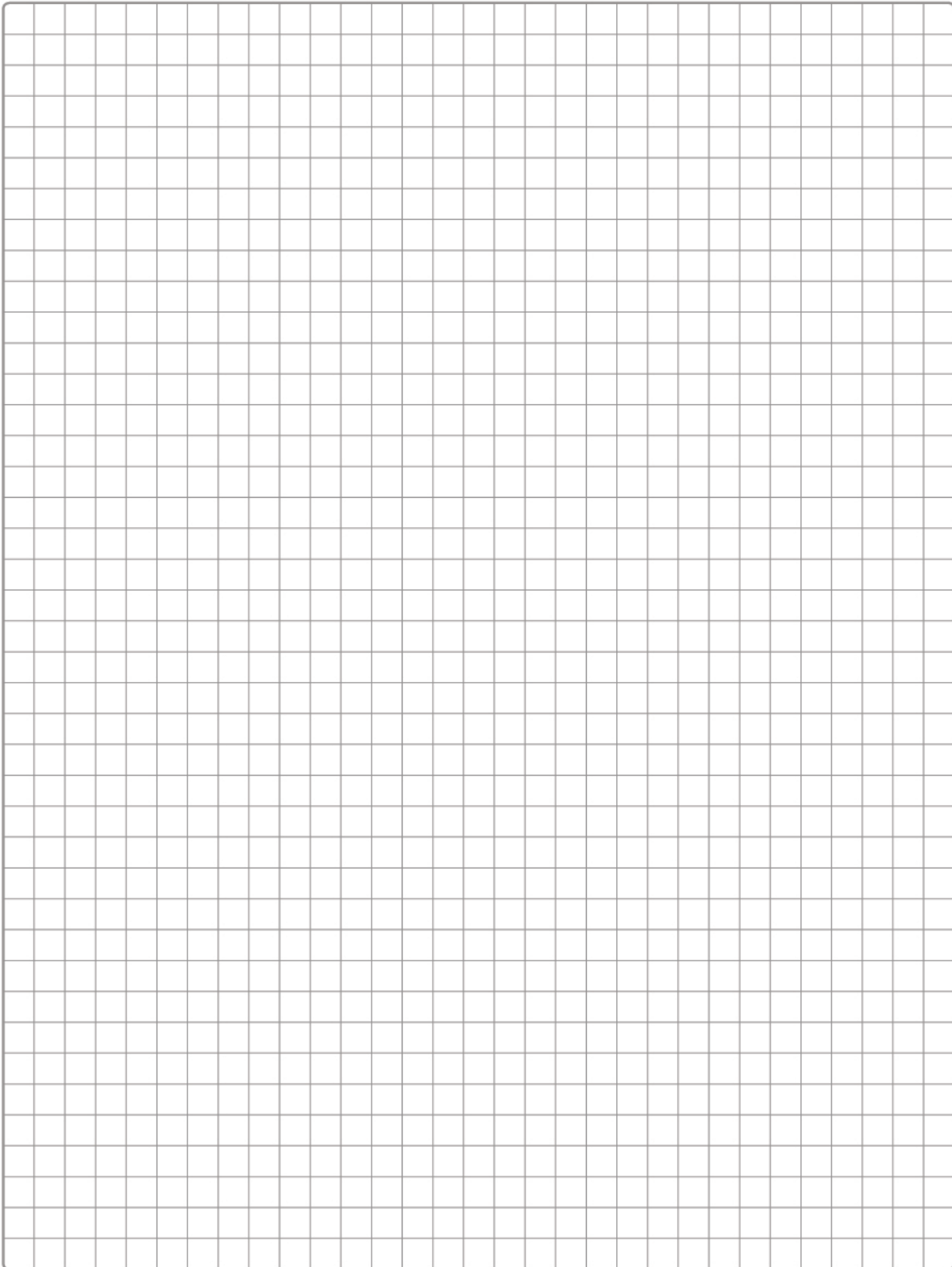


Odpowiedź: .....



**Zadanie 14. (0–5)**

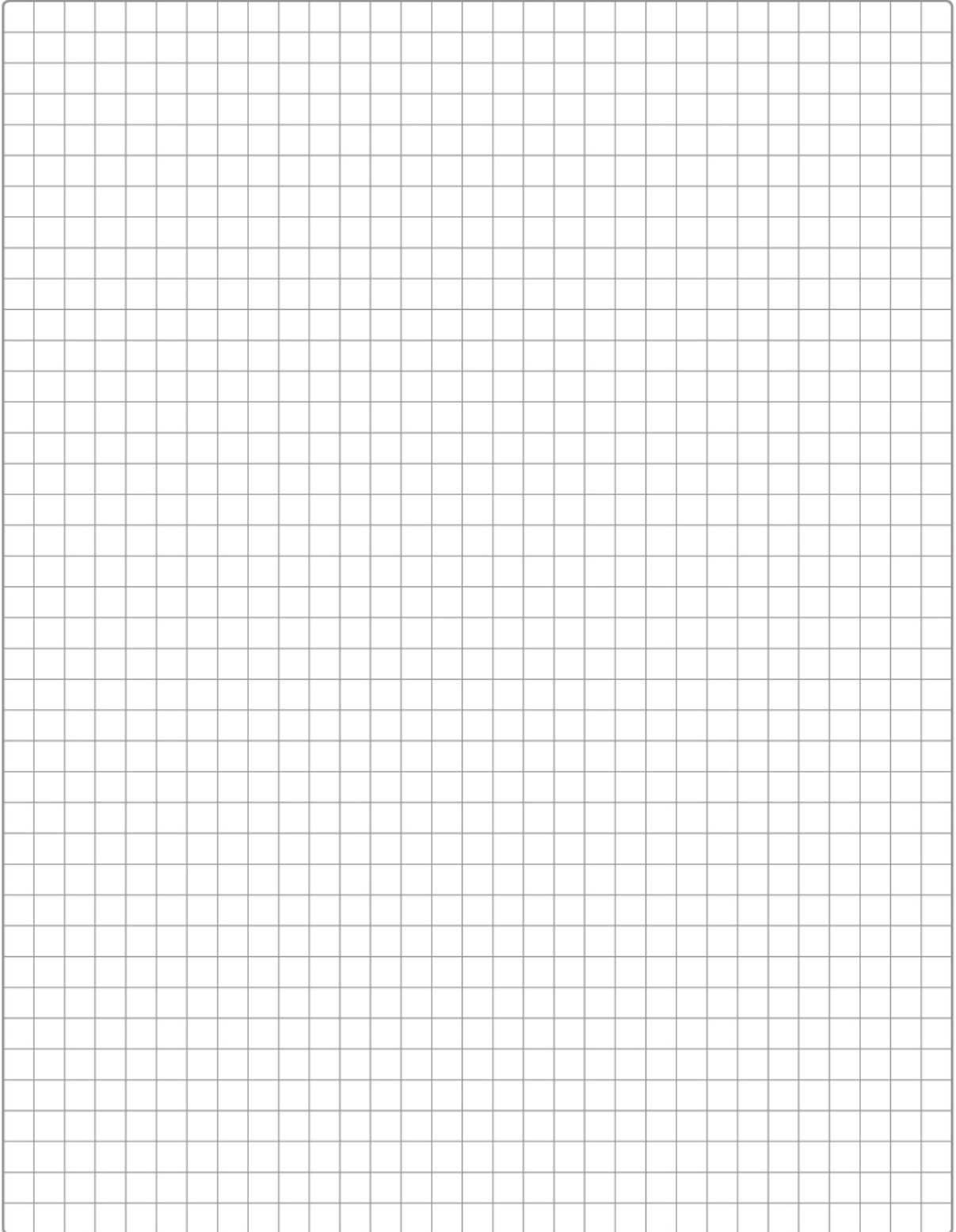
Liczbę 272 przedstaw w postaci sumy czterech całkowitych składników tworzących ciąg geometryczny i takich, że trzeci składnik jest o 48 większy od pierwszego.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 15. (0–5)**

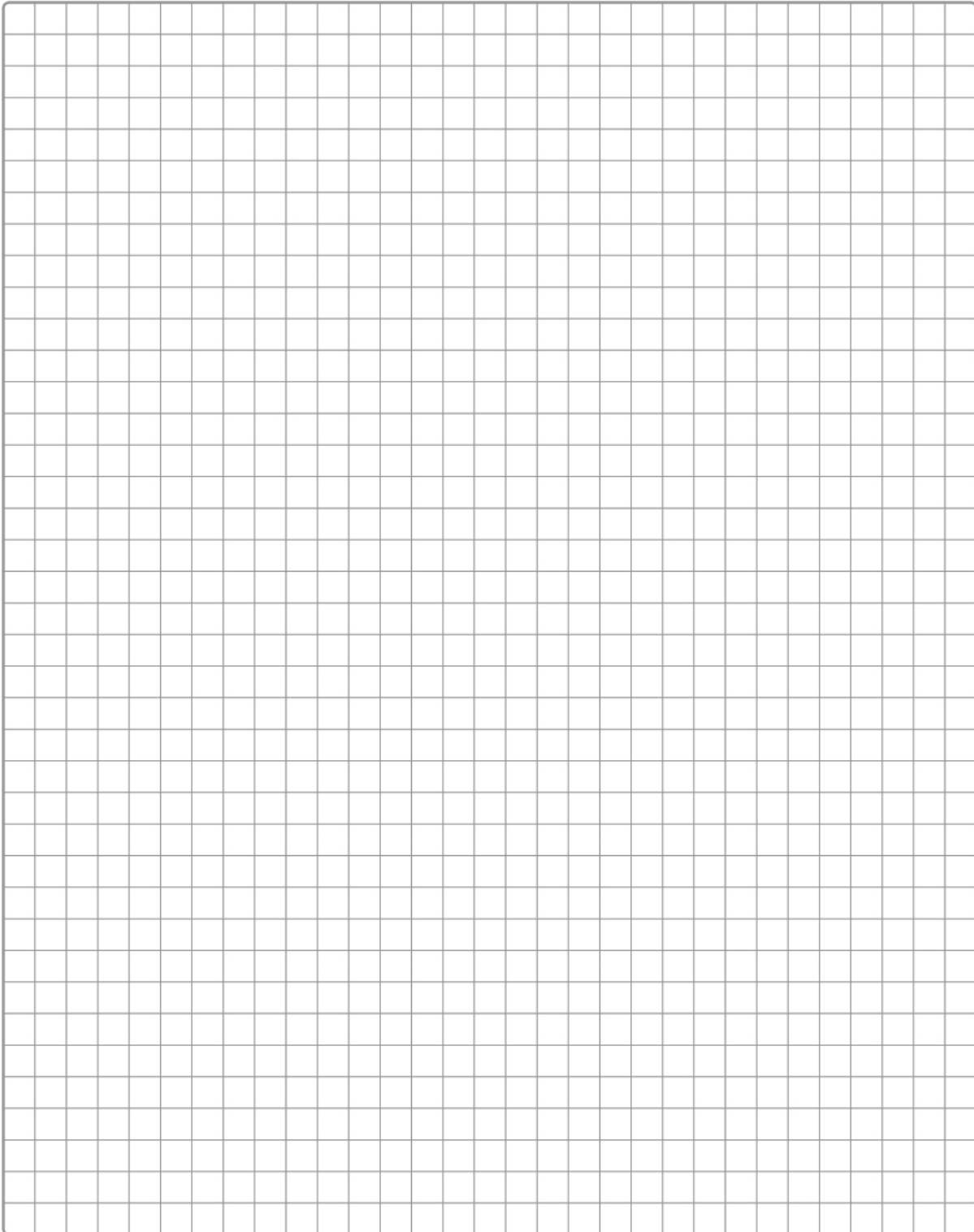
Napisz równania wszystkich prostych, które są jednocześnie styczne do paraboli o równaniu  $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$  i do okręgu o równaniu  $x^2 + (y + 6)^2 = 8$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 16. (0–7)**

W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym suma długości trzech różnych krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka wynosi  $S$ . Wyznacz objętość tego graniastosłupa jako funkcję długości jednej z jego krawędzi i podaj dziedzinę tej funkcji. Oblicz wymiary graniastosłupa, którego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.



Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

