

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

<b>KOD</b>	<b>PESEL</b>
<input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/>	<input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black;" type="text"/>

*miejsce  
na naklejkę*

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **9 maja 2018 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/> | dostosowania kryteriów oceniania   |
| <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="checkbox"/> | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę |

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1\_1P-182

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Dane są liczby:  $a = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$ ,  $b = \frac{1}{2\sqrt[4]{8}}$ ,  $c = \sqrt[4]{8}$ ,  $d = \frac{2}{\sqrt[4]{8}}$  oraz  $k = 2^{-\frac{1}{4}}$ . Prawdziwa jest równość

- A.  $k = a$                       B.  $k = b$                       C.  $k = c$                       D.  $k = d$

**Zadanie 2. (0–1)**

Równanie  $||x| - 2| = |x| + 2$

- A. nie ma rozwiązań.  
 B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.  
 C. ma dokładnie dwa rozwiązania.  
 D. ma dokładnie cztery rozwiązania.

**Zadanie 3. (0–1)**

Wartość wyrażenia  $2 \log_5 10 - \frac{1}{\log_{20} 5}$  jest równa

- A.  $-1$                       B.  $0$                       C.  $1$                       D.  $2$

**Zadanie 4. (0–1)**

Granica  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x+2}{x^2-5x+6}$  jest równa

- A.  $-\infty$                       B.  $-1$                       C.  $0$                       D.  $+\infty$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for writing a rough draft.

**Zadanie 5. (0–2)**

Punkt  $A = (-5, 3)$  jest środkiem symetrii wykresu funkcji homograficznej określonej wzorem

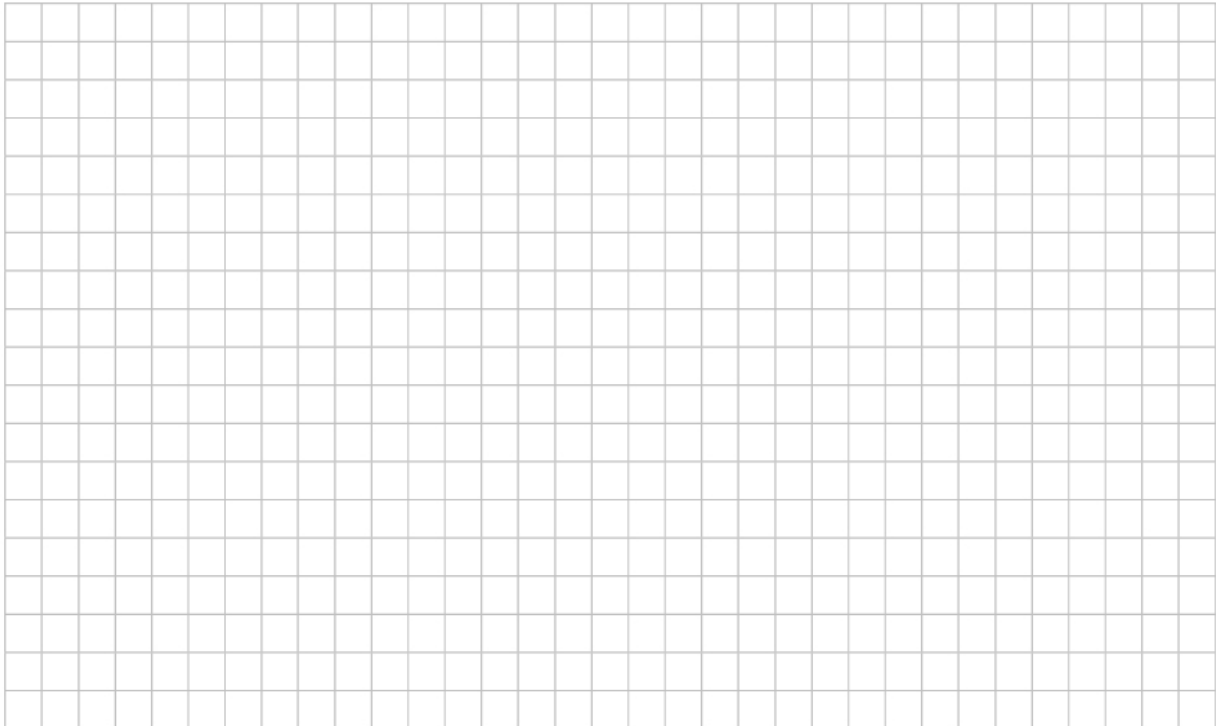
$$f(x) = \frac{ax+7}{x+d}, \text{ gdy } x \neq -d. \text{ Oblicz iloraz } \frac{d}{a}.$$

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)****Zadanie 6. (0–3)**

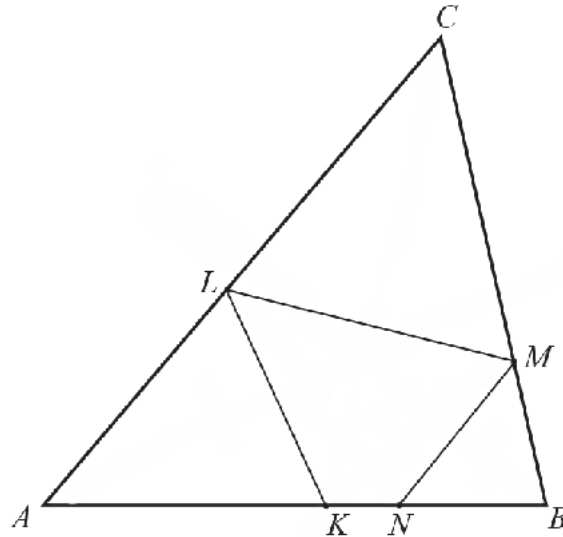
Styczna do paraboli o równaniu  $y = \sqrt{3}x^2 - 1$  w punkcie  $P = (x_0, y_0)$  jest nachylona do osi  $Ox$  pod kątem  $30^\circ$ . Oblicz współrzędne punktu  $P$ .



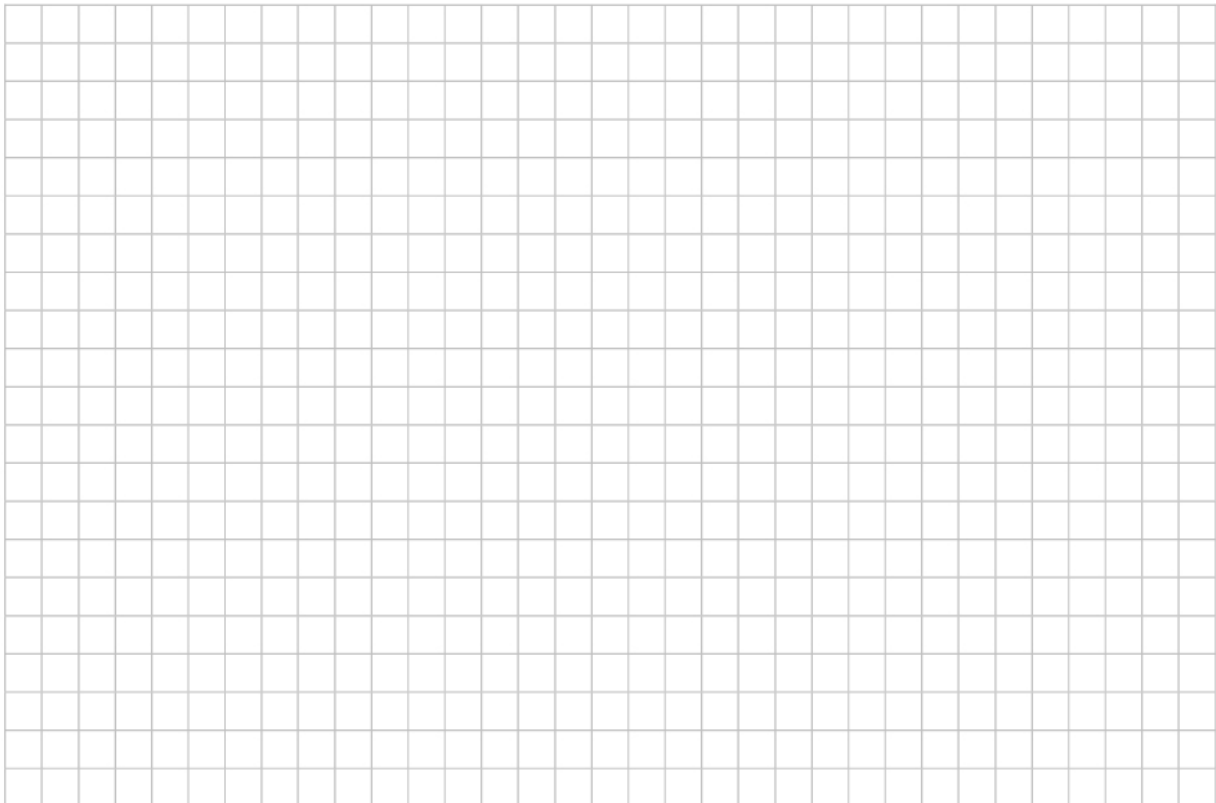
Odpowiedź: .....

**Zadanie 7. (0–3)**

Trójkąt  $ABC$  jest ostrokątny oraz  $|AC| > |BC|$ . Dwusieczna  $d_C$  kąta  $ACB$  przecina bok  $AB$  w punkcie  $K$ . Punkt  $L$  jest obrazem punktu  $K$  w symetrii osiowej względem dwusiecznej  $d_A$  kąta  $BAC$ , punkt  $M$  jest obrazem punktu  $L$  w symetrii osiowej względem dwusiecznej  $d_C$  kąta  $ACB$ , a punkt  $N$  jest obrazem punktu  $M$  w symetrii osiowej względem dwusiecznej  $d_B$  kąta  $ABC$  (zobacz rysunek).



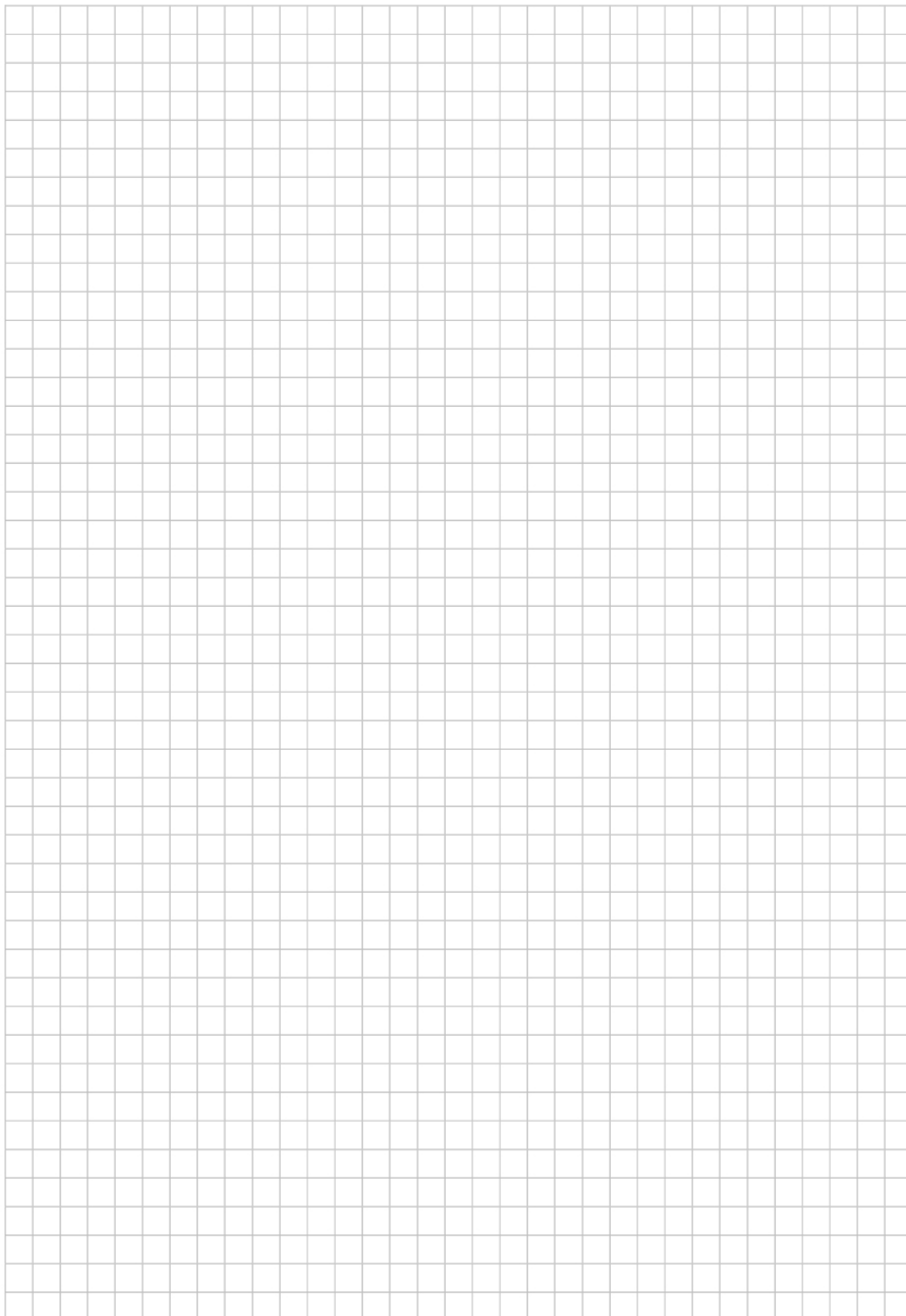
Udowodnij, że na czworokącie  $KNML$  można opisać okrąg.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	3	3
	Uzyskana liczba pkt			

**Zadanie 8. (0–3)**

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej  $k$  i dla każdej liczby całkowitej  $m$  liczba  $k^3m - km^3$  jest podzielna przez 6.



**Zadanie 9. (0–4)**

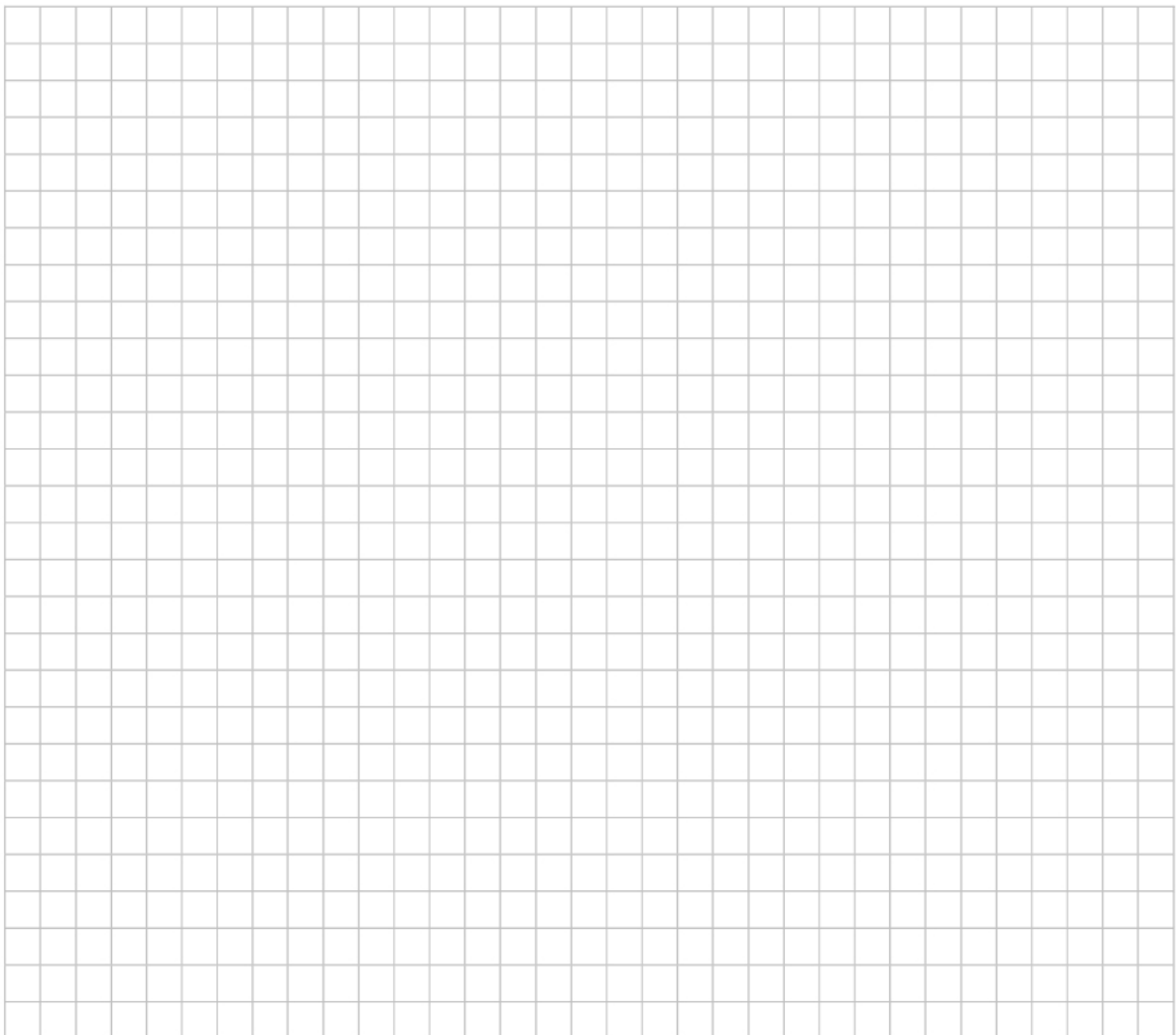
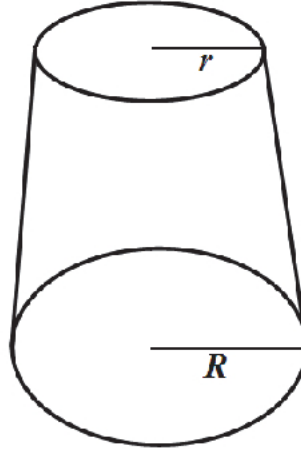
Z liczb ośmioelementowego zbioru  $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$  tworzymy ośmiowyrazowy ciąg, którego wyrazy się nie powtarzają. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że żadne dwie liczby parzyste nie są sąsiednimi wyrazami utworzonego ciągu. Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.</b>	<b>9.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

**Zadanie 10. (0–4)**

Objętość stożka ściętego (przedstawionego na rysunku) można obliczyć ze wzoru  $V = \frac{1}{3}\pi H(r^2 + rR + R^2)$ , gdzie  $r$  i  $R$  są promieniami podstaw ( $r < R$ ), a  $H$  jest wysokością bryły. Dany jest stożek ścięty, którego wysokość jest równa 10, objętość  $840\pi$ , a  $r = 6$ . Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego tej bryły do jednej z jej podstaw.



Odpowiedź: .....



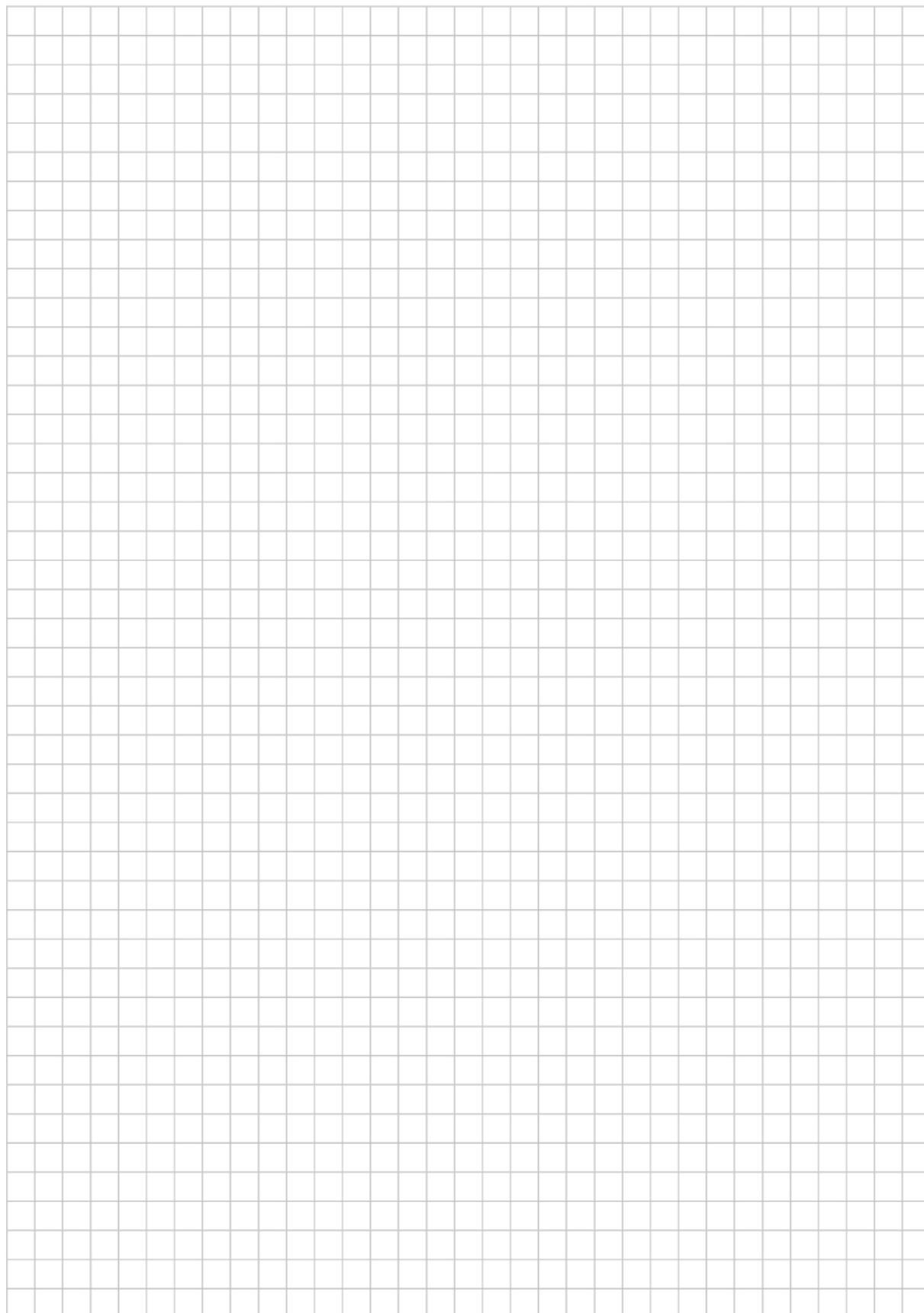
**Zadanie 11. (0–4)**Rozwiąż równanie  $\sin 6x + \cos 3x = 2 \sin 3x + 1$  w przedziale  $\langle 0, \pi \rangle$ .

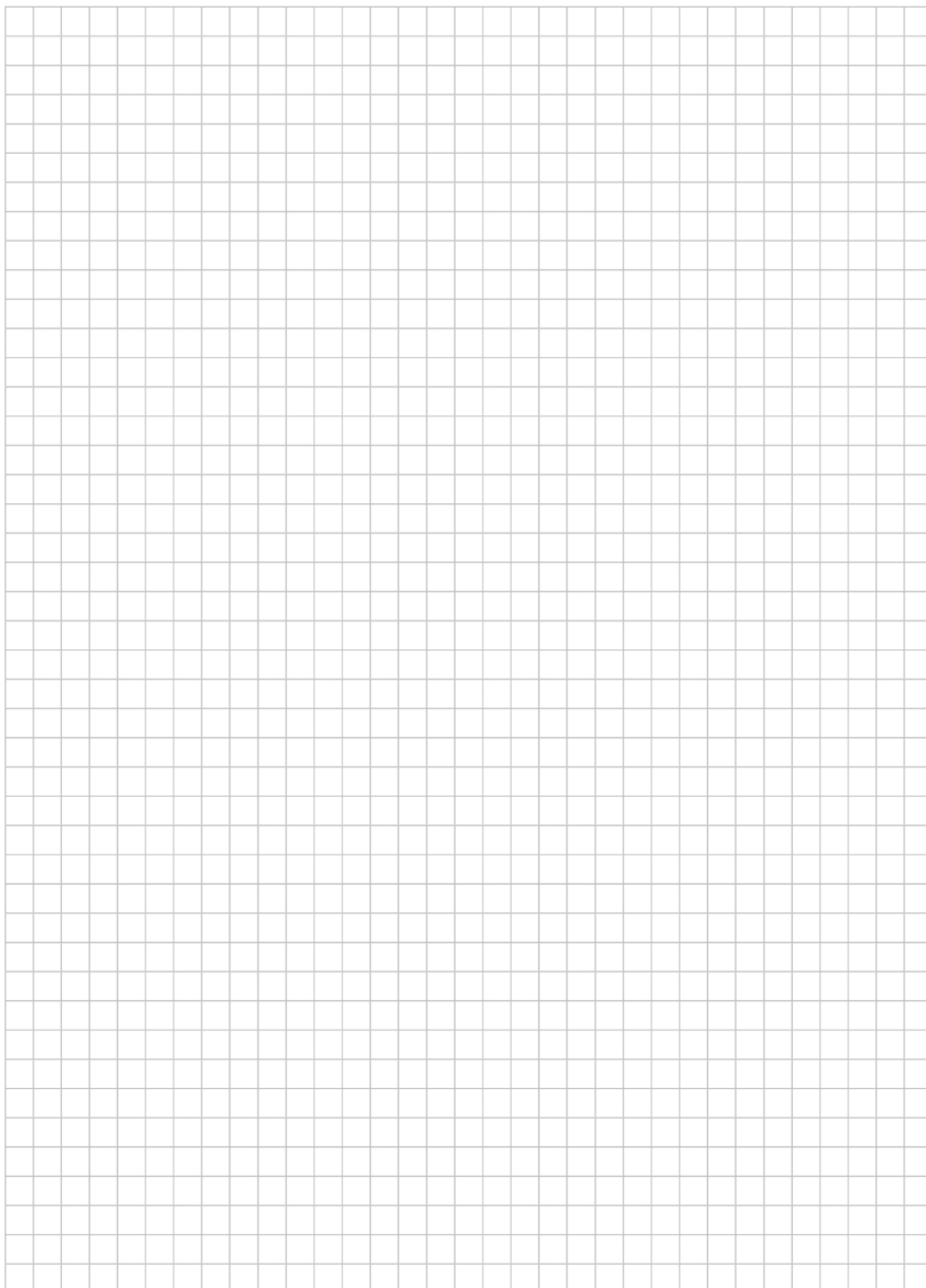
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>10.</b>	<b>11.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

**Zadanie 12. (0–6)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$  ma dwa rozwiązania rzeczywiste  $x_1$  i  $x_2$  ( $x_1 \neq x_2$ ), spełniające warunek  $x_1^3 + x_2^3 > -7x_1x_2$ .





Odpowiedź: .....

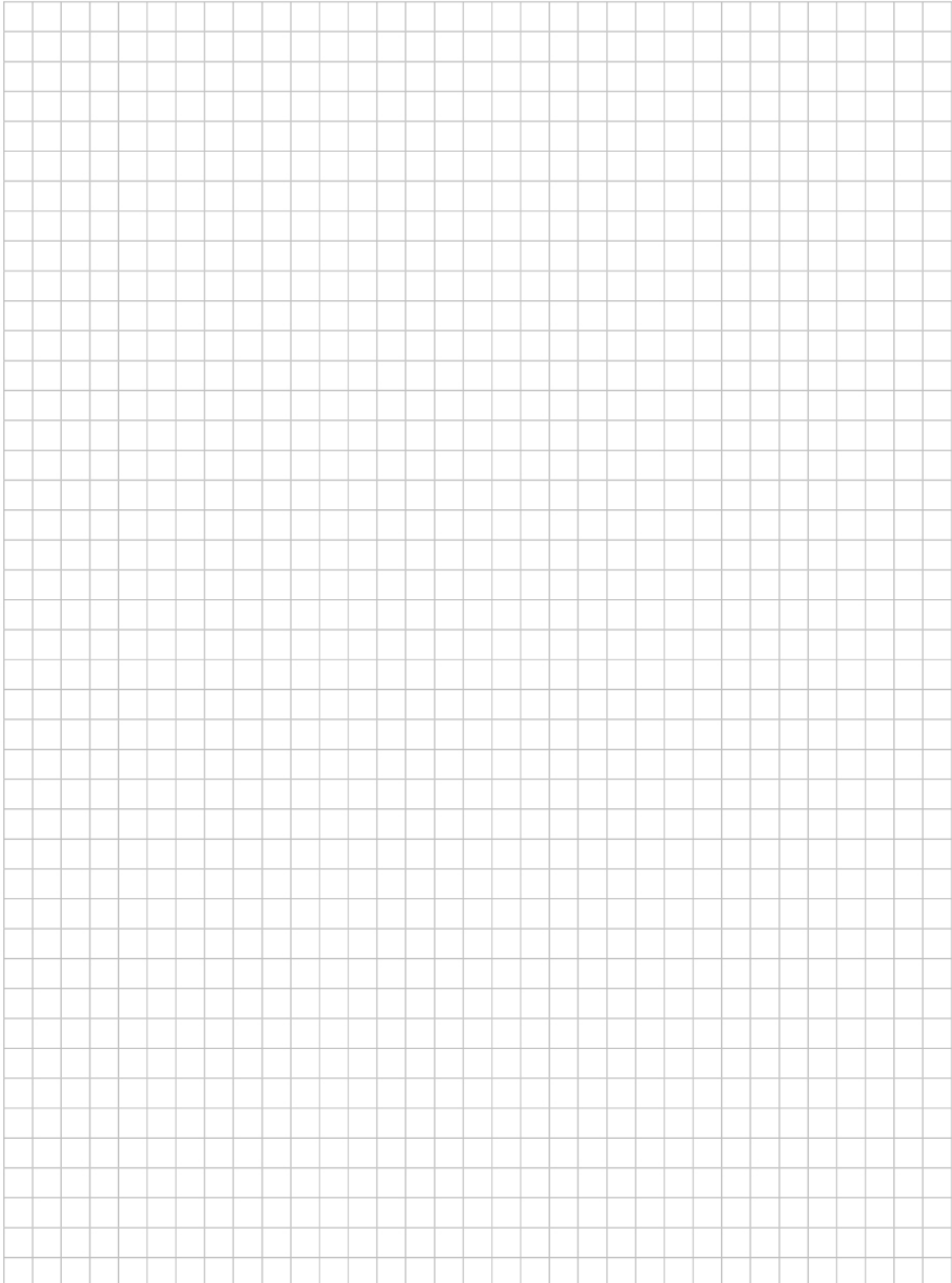
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>12.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

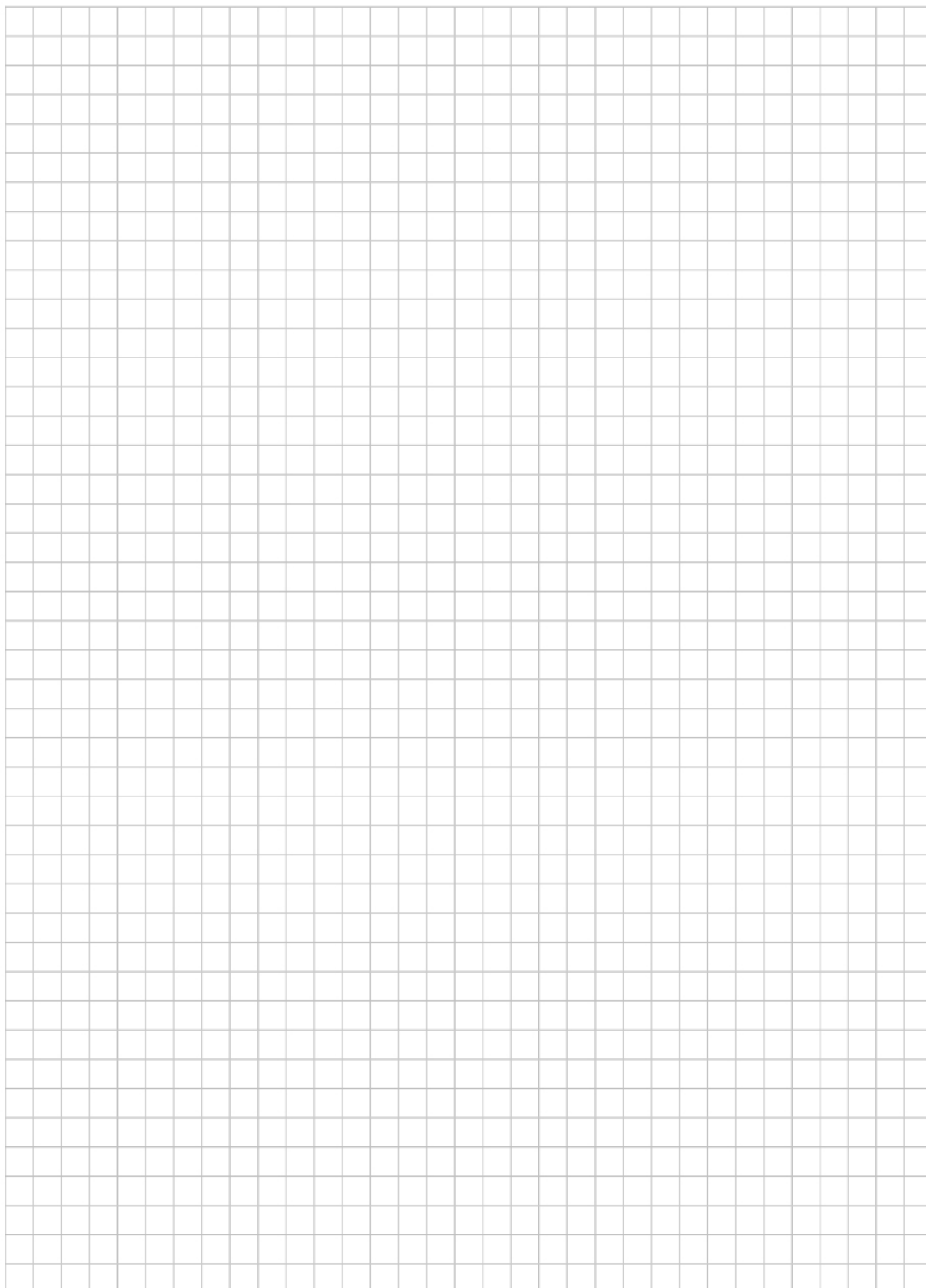
**Zadanie 13. (0–4)**

Wyrazy ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , określonego dla  $n \geq 1$ , spełniają układ równań

$$\begin{cases} a_3 + a_6 = -84 \\ a_4 + a_7 = 168 \end{cases}$$

Wyznacz liczbę  $n$  początkowych wyrazów tego ciągu, których suma  $S_n$  jest równa 32769.



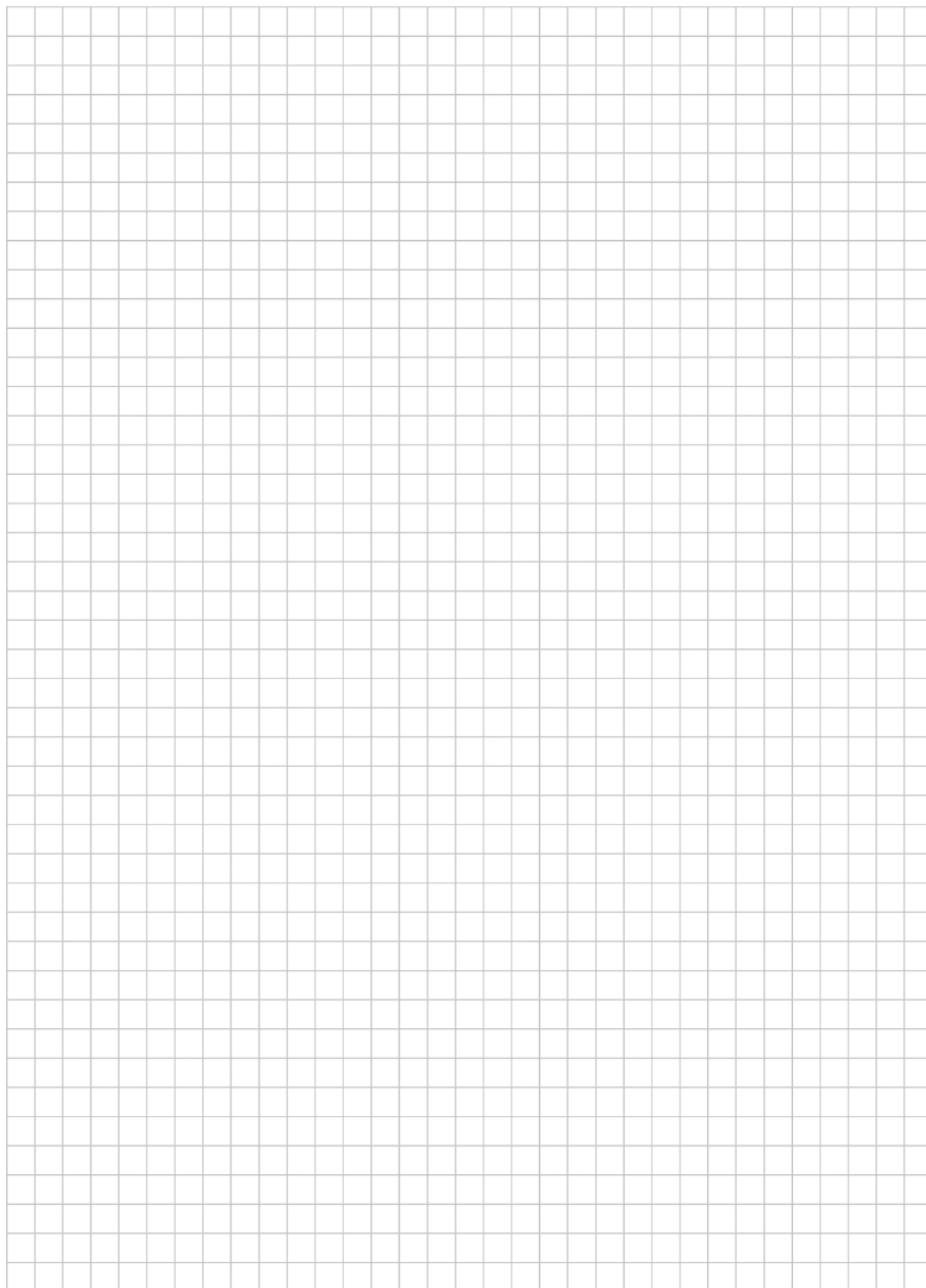


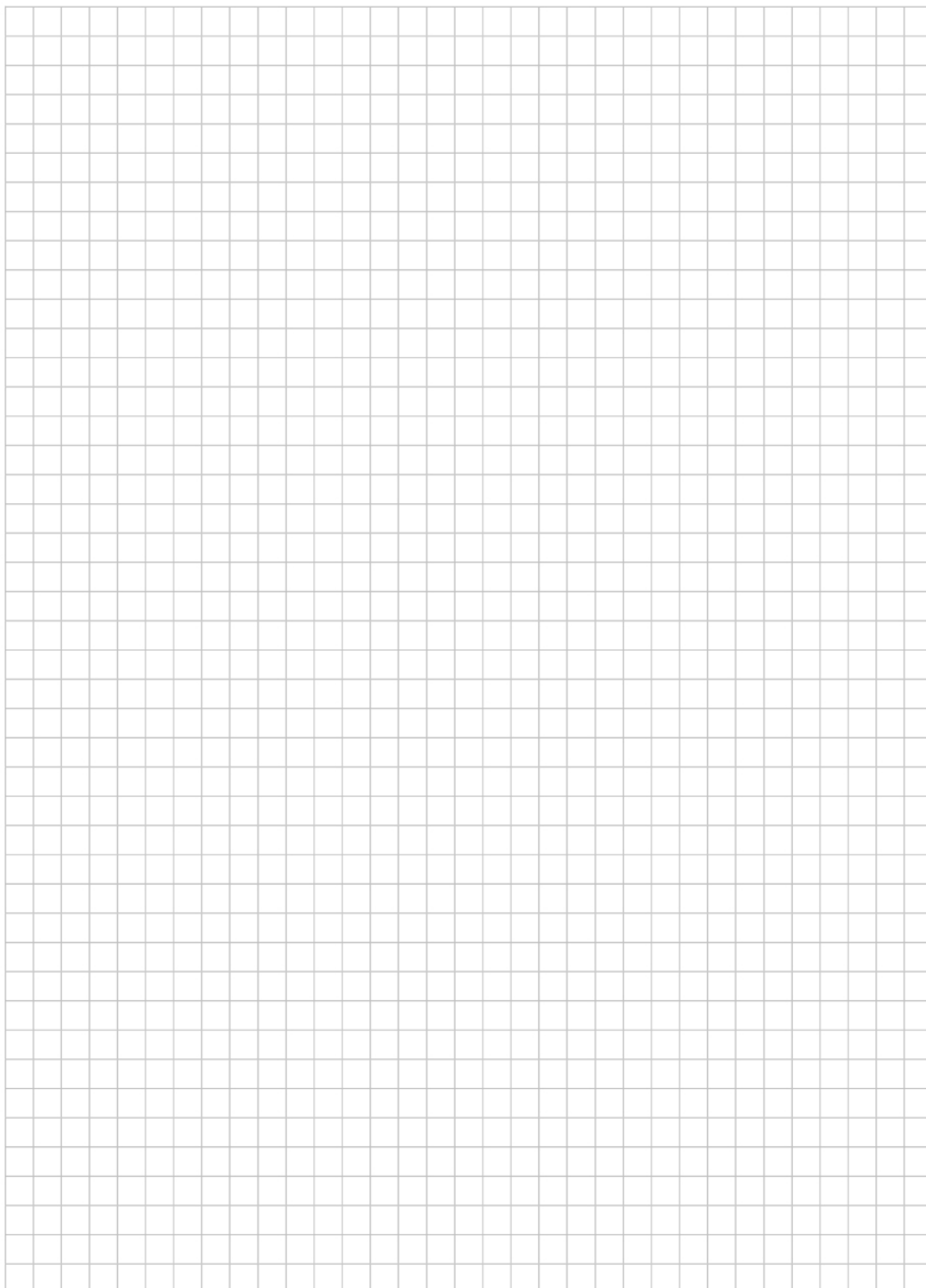
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>13.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 14. (0–6)**

Punkt  $A = (7, -1)$  jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego  $ABC$ , w którym  $|AC| = |BC|$ .  
Obie współrzędne wierzchołka  $C$  są liczbami ujemnymi. Okrąg wpisany w trójkąt  $ABC$  ma równanie  $x^2 + y^2 = 10$ . Oblicz współrzędne wierzchołków  $B$  i  $C$  tego trójkąta.





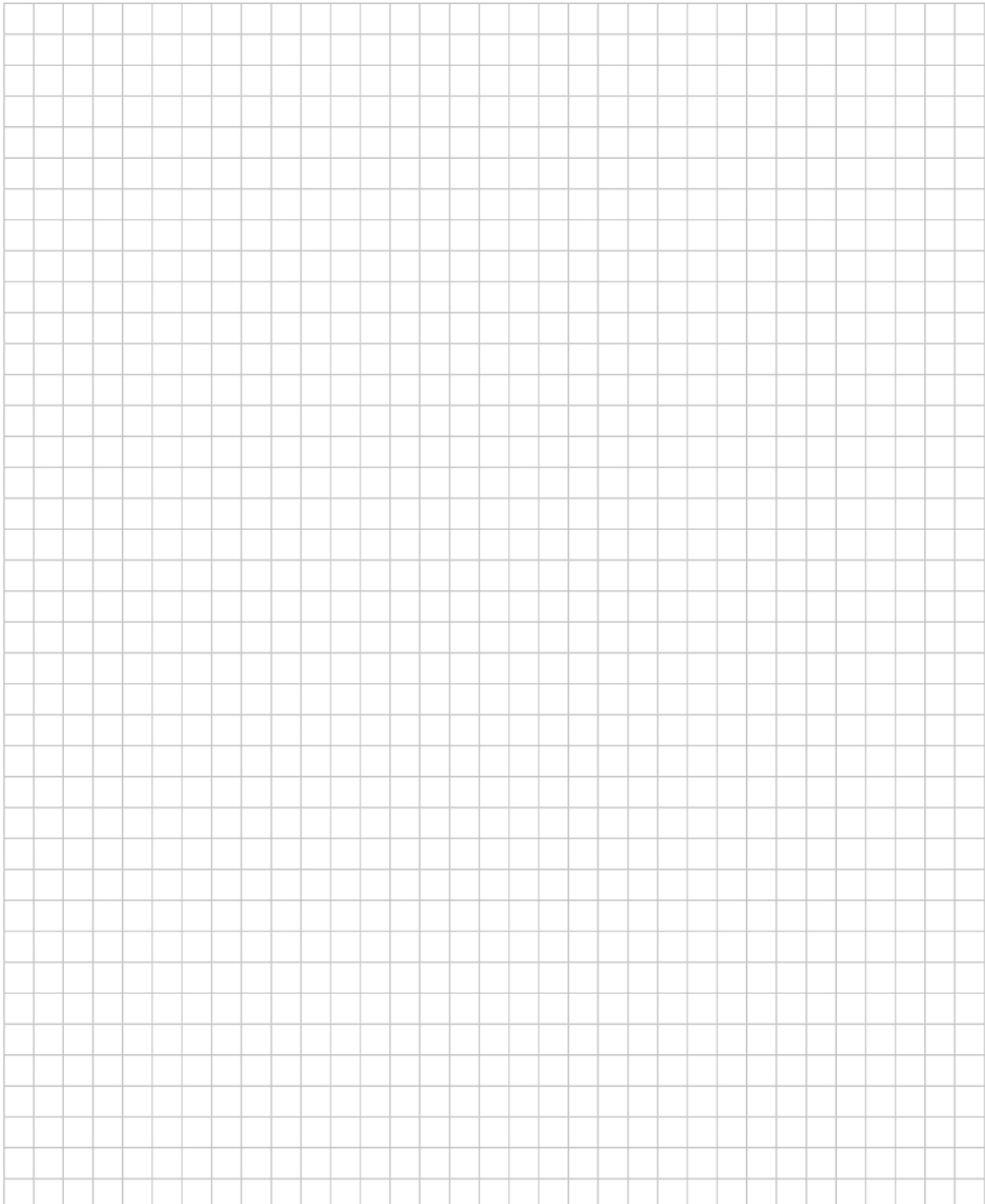
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>14.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

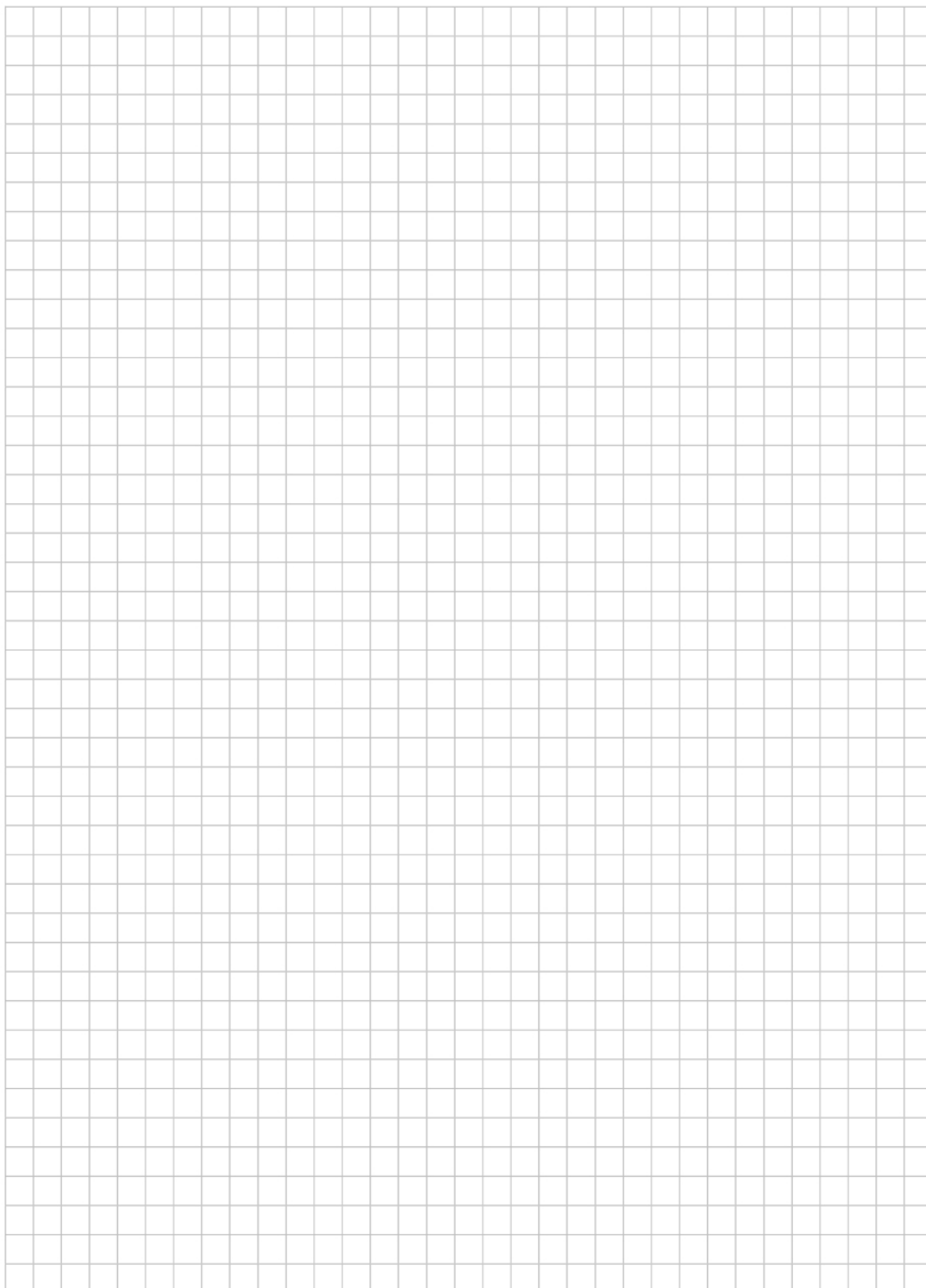
**Zadanie 15. (0–7)**

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, spełniające warunek: suma długości dłuższej podstawy  $a$  i wysokości trapezu jest równa 2.

- Wyznacz wszystkie wartości  $a$ , dla których istnieje trapez o podanych własnościach.
- Wykaż, że obwód  $L$  takiego trapezu, jako funkcja długości  $a$  dłuższej podstawy trapezu, wyraża się wzorem  $L(a) = \frac{4a^2 - 8a + 8}{a}$ .
- Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.







Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>15.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>7</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**