Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY
Z OPERONEM
MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

LISTOPAD 2017

Czas pracy: 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–8.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (9.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Równanie $\left(x^2+2x-3\right)\left(x^2+x-m\right)=0$ ma cztery różne rozwiązania. Zatem zbiór wszystkich liczb m to:

A. $\left\langle -\frac{1}{4},+\infty\right)$
B. $\left(-\frac{1}{4},+\infty\right)\setminus\{2,6\}$
C. $\left(-\frac{1}{4},+\infty\right)\setminus\{-2,6\}$
D. $\left(-\frac{1}{4},+\infty\right)$

Zadanie 2. (0–1)

Liczbę naturalną n można zapisać w postaci $n=x^4y^2$, gdzie x, y są liczbami pierwszymi. Zatem liczba różnych dzielników naturalnych liczby n jest równa:

A. 15 **B.** 13 **C.** 10 **D.** 8

Zadanie 3. (0–1)

Liczba rozwiązań równania $\sqrt{\left(2x^2+1\right)^2}=3$ jest równa:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 4. (0–1)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $(x-1)$ jest równa 4, a reszta z dzielenia tego wielomianu przez $(x+3)$ jest równa (-16). Wynika stąd, że reszta z dzielenia tego wielomianu przez $(x-1)\cdot(x+3)$ jest równa:

A. $5x+1$ **B.** $-5x+1$ **C.** $5x-1$ **D.** $-5x-1$

Zadanie 5. (0–1)

Jeśli w ostrosłupie czworokątnym podstawą jest kwadrat i jedna z krawędzi bocznych o długości boku tego kwadratu jest prostopadła do płaszczyzny podstawy ostrosłupa, to cosinus kąta między ścianami bocznymi nieprostopadłymi do płaszczyzny podstawy jest równy:

A. $-\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $-\frac{1}{2}$

BRUDNOPIS (***nie podlega ocenie***)

ZADANIA OTWARTE

W zadaniach 6.–8. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.
W zadaniach 9.–18. rozwiązania należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią.

Zadanie 6. (0–2)

Liczby rzeczywiste x, y spełniają równanie $2x+y-5=0$. Oblicz najmniejszą wartość wyrażenia $W=8x^3+y^3$. Zakoduj cyfrę dziesiątek, jedności i początkową cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0–2)

Dany jest trapez $ABCD$ opisany na okręgu. Środkowa trapezu ma długość $\frac{2}{13}$. Oblicz obwód trapezu. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 8. (0–2)

Dany jest okrąg o równaniu $x^2+y^2-14x+6y+54=0$. Prosta l o równaniu $y=-\frac{3}{4}x+\frac{11}{4}$ przecina ten okrąg w punktach A, B. Oblicz długość cięciwy AB. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 9. (0–3)

Wykaż, że nie istnieje styczna do hiperboli o równaniu $y=\frac{4x}{x-3}$ prostopadła do prostej l o równaniu $2x+4y-1=0$.

Zadanie 10. (0–4)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+4}$. Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–2)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) zbieżny o pierwszym wyrazie dodatnim. Wykaż, że suma wszystkich wyrazów tego ciągu o numerach nieparzystych jest większa lub równa od czterokrotności trzeciego wyrazu ciągu (a_n).

Zadanie 12. (0–3)

Rozwiąż nierówność $4\cos^2 2x - 3 < 0$ dla $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–4)

Wyznacz liczbę dwudziestocyfrowych liczb, których suma cyfr jest równa 4.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–4)

Dane są punkty: $A=(-1,-2), B=(1,4), C=(-2,-10), D=(2,2)$. Wykaż, że odcinki AB i CD są równoległe. Wyznacz środek jednokładności S i dodatnią skalę k tak, aby obrazem odcinka AB w tej jednokładności był odcinek CD.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–4)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa a, a krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α. Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy i jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem $\frac{\alpha}{2}$. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

Odpowiedź: ....

Zadanie 16. (0–4)

W urnie I jest 7 czarnych kul, a w urnie II są 3 czarne kule. Do tych urn wkładamy losowo w sumie 3 kule białe. Następnie losujemy urnę i z urny jedną kulę. Oblicz, ile należy wrzucić białych kul do urny I, aby prawdopodobieństwo wylosowania białej kuli z losowo wybranej urny było równe $\frac{17}{72}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 17. (0–4)

Dane jest równanie $x^2+(2m+1)x-3m^2-\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}=0$. Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru wartości parametru m, dla których to równanie ma dokładnie dwa różne rozwiązania mniejsze od 4.

Odpowiedź: ....

Zadanie 18. (0–7)

W okrąg o promieniu R wpisano prostokąt $ABCD$. Wyznacz możliwie największe pole tego prostokąta.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-7879-505-6