

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

**LISTOPAD
2016**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–8.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (9.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Zbiorem rozwiązań nierówności $\|x + 3| - 5| < 2$ jest:

- A. $(-10, -6) \cup (0, 4)$ B. $(0, 4)$
C. $(-10, 4)$ D. $(6, 10) \cup (0, 4)$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\operatorname{tg} 22,5^\circ + \frac{1}{\operatorname{tg} 22,5^\circ}$ jest równa:

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

Dany jest trójkąt o bokach 10 i 6 i kącie między nimi 120° . Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy:

- A. 14 B. 28 C. $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{28\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 4. (0–1)

Wielomian określony wzorem $W(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3$:

- A. nie ma ekstremum lokalnego B. ma jedno ekstremum lokalne
C. ma dwa ekstrema lokalne D. ma trzy ekstrema lokalne

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $\log_6 5 + 2\log_{36} 3$ jest równa:

- A. $\log_6 8$ B. $\log_9 8$ C. $\log_6 15$ D. $\log_9 32$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for rough work (brudnopis).

ZADANIA OTWARTE

W zadaniach 6.–8. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.
W zadaniach 9.–18. rozwiązania należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią.

Zadanie 6. (0–2)

Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 5n - 7}{5n^2 + 3n + 2} - \left(\frac{2n - 1}{3n + 1} \right)^3 \right)$. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

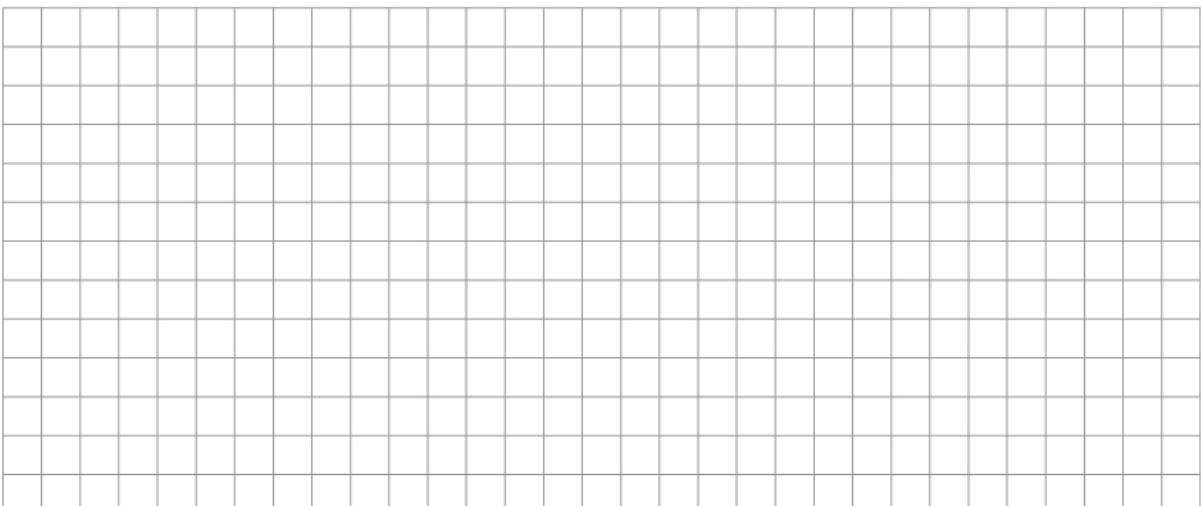
--	--	--



Zadanie 7. (0–2)

Wyznacz największą liczbę spełniającą równanie $x^3 + x^2 - 7x + 5 = 0$. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--



Zadanie 8. (0–2)

Dany jest trapez prostokątny opisany na okręgu. Punkt styczności okręgu z dłuższym ramieniem trapezu dzieli to ramię na odcinki długości 8 i 11. Oblicz obwód trapezu. Zakoduj cyfrę dziesiątek, jedności i jedną początkową cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--



Zadanie 9. (0–2)

Wyznacz dziedzinę wyrażenia $W = \sqrt{\frac{x-5}{4-x^2}}$.



Odpowiedź:

Zadanie 10. (0–3)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{3}{x^4 + x^2 - 75}$. Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji f poprowadzonej w punkcie $P = \left(-3, \frac{1}{5}\right)$.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–3)

Wykaż, że jeśli liczby a i b są dodatnie, to $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 8$.



Odpowiedź:

Zadanie 12. (0–3)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 40, a suma wszystkich wyrazów o numerach nieparzystych jest równa 32. Oblicz iloraz i pierwszy wyraz tego ciągu.



Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–4)

Wykaż, że jeśli α i β są kątami trójkąta takimi, że $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin(\alpha - \beta)$, to trójkąt jest równoramienny lub prostokątny.



Odpowiedź:

Zadanie 14. (0–4)

Na płaszczyźnie dany jest punkt $A = (8, 4)$. Prosta AB jest nachylona do osi OX pod kątem $\alpha = 60^\circ$. Wyznacz współrzędne punktu B , wiedząc, że $|AB| = 22$.



Odpowiedź:

Zadanie 15. (0–4)

Dany jest trapez $ABCD$. Punkt E jest punktem przecięcia się przekątnych trapezu. Ramiona trapezu przedłużono do przecięcia w punkcie F . Wykaż, że prosta EF dzieli dłuższą podstawę AB trapezu na połowy.



Odpowiedź:

Zadanie 17. (0–5)

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m+1)x^2 - (2m-2)x - 2(m-1)$. Oblicz, dla jakich wartości parametru m suma odwrotności sześciątów dwóch różnych pierwiastków tego trójmianu jest mniejsza od 2.



Odpowiedź:

Zadanie 18. (0–7)

Punkt P o dodatnich współrzędnych należy do wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = \frac{2}{x}$.
Wyznacz odciętą punktu P tak, aby jego odległość od prostej o równaniu $y = -\frac{4}{3}x - 2$ była najmniejsza. Oblicz tę najmniejszą odległość.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

