

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD  
2015

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–33.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–33.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Liczba  $a = 8^{23} \cdot 4^{17}$  jest równa liczbie:

- A.  $2^{103}$       B.  $4^{63}$       C.  $2^{59}$       D.  $32^{40}$

### Zadanie 2. (0–1)

Liczbą wymierną jest liczba:

- A.  $36^{\frac{2}{3}}$       B.  $36^{\frac{3}{2}}$       C.  $36^{\frac{1}{4}}$       D.  $36^{\frac{3}{4}}$

### Zadanie 3. (0–1)

Wyrażenie  $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$  jest równe:

- A. 44      B. 10      C.  $10 - 2\sqrt{21}$       D.  $10 - 2\sqrt{10}$

### Zadanie 4. (0–1)

Funkcja  $f(x) = (x + 6)^2$  ma:

- A. jedno miejsce zerowe: 6      B. jedno miejsce zerowe:  $-6$   
C. dwa miejsca zerowe: 6,  $-6$       D. zero miejsc zerowych

### Zadanie 5. (0–1)

Tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym jest równy  $\frac{3}{4}$ , a przeciwprostokątna ma długość

30. Krótsza przyprostokątna trójkąta ma długość:

- A. 15      B. 18      C. 24      D. 26

### Zadanie 6. (0–1)

Jeśli cena towaru najpierw zmniejszyła się o 10%, a następnie zwiększyła się o 20%, to po tych dwóch operacjach wyjściowa cena towaru:

- A. zwiększyła się o 10%      B. zmniejszyła się o 10%  
C. zwiększyła się o 8%      D. zmniejszyła się o 8%

### Zadanie 7. (0–1)

Maksymalny przedział otwarty, w którym funkcja  $f(x) = -4x^2 + 16x - 23$  jest rosnąca, to:

- A.  $(-\infty, 2)$       B.  $(-\infty, -2)$       C.  $(-\infty, -7)$       D.  $(7, +\infty)$

### Zadanie 8. (0–1)

Zbiór rozwiązań nierówności  $x - \sqrt{3}x > 2$  to:

- A.  $(-\infty, -1 - \sqrt{3})$       B.  $(-\infty, -1 + \sqrt{3})$       C.  $(-1 - \sqrt{3}, +\infty)$       D.  $(-1 + \sqrt{3}, +\infty)$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for rough work.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

**Zadanie 9. (0–1)**

W okrąg o środku  $O$  wpisano trójkąt ostrokątny  $ABC$ . Jeśli  $|\angle ABO| = 48^\circ$ , to:

- A.  $|\angle ACB| = 42^\circ$       B.  $|\angle ACB| = 48^\circ$       C.  $|\angle ACB| = 52^\circ$       D.  $|\angle ACB| = 58^\circ$

**Zadanie 10. (0–1)**

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym  $a_n = -3n + 118$ . Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. 37                      B. 38                      C. 39                      D. 0

**Zadanie 11. (0–1)**

Liczba miejsc zerowych funkcji  $f(x) = (x-4)^2 + 9$  to:

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Zadanie 12. (0–1)**

Zbiorem wartości funkcji  $f(x) = 2^x + 3$  jest zbiór:

- A. wszystkich liczb rzeczywistych      B.  $(0, +\infty)$       C.  $(-3, +\infty)$       D.  $(3, +\infty)$

**Zadanie 13. (0–1)**

W ciągu arytmetycznym pierwszy i drugi wyraz są odpowiednio równe: 1, –2. Dziewiąty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. –23                      B. 23                      C. –25                      D. 25

**Zadanie 14. (0–1)**

Prosta o równaniu  $y = 4x + 1$  przecina oś układu współrzędnych w punktach:

- A.  $(1, 0)$  i  $(0, \frac{1}{4})$       B.  $(1, 0)$  i  $(0, -\frac{1}{4})$       C.  $(0, 1)$  i  $(-\frac{1}{4}, 0)$       D.  $(0, 1)$  i  $(\frac{1}{4}, 0)$

**Zadanie 15. (0–1)**

Dana jest funkcja  $f(x) = x^2 + 4x + 10$ . Prosta  $y = m$  nie ma z wykresem funkcji  $f$  punktów wspólnych. Maksymalny zbiór, do którego należy liczba  $m$ , to:

- A.  $(-\infty, -6)$       B.  $(-\infty, 6)$       C.  $(-2, +\infty)$       D.  $(2, +\infty)$

**Zadanie 16. (0–1)**

Wiadomo, że  $\operatorname{tg} \alpha = 5$  i  $\alpha$  jest kątem ostrym. Wówczas wyrażenie  $W = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$  ma wartość:

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $\frac{3}{1}$

**Zadanie 17. (0–1)**

Jeżeli stosunek przyprostokątnych w trójkącie prostokątnym jest równy  $\sqrt{3}$ , to jeden z kątów ostrych ma miarę:

- A.  $15^\circ$                       B.  $30^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $75^\circ$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for rough work.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

**Zadanie 18. (0–1)**

Kąt wpisany oparty na  $\frac{1}{9}$  okręgu ma miarę:

- A.  $80^\circ$                       B.  $40^\circ$                       C.  $20^\circ$                       D.  $10^\circ$

**Zadanie 19. (0–1)**

Jeśli  $S = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$  jest środkiem odcinka  $AB$  i  $A = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ , to:

- A.  $B = \left(-\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$               B.  $B = \left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$               C.  $B = \left(-\frac{2}{3}, -\frac{7}{3}\right)$               D.  $B = \left(\frac{2}{3}, -\frac{7}{3}\right)$

**Zadanie 20. (0–1)**

Odchylenie standardowe danych: 1, 4, 1, 5, 9, 2, 1, 1 jest równe (z dokładnością do części setnych):

- A. 7,25                      B. 2,69                      C. 5,75                      D. 2,40

**Zadanie 21. (0–1)**

Przekątna przekroju osiowego walca jest nachylona do jego płaszczyzny podstawy pod kątem  $45^\circ$ . Wysokość walca ma długość 8. Objętość walca jest równa:

- A.  $216\pi$                       B.  $128\pi$                       C.  $64\pi$                       D.  $32\pi$

**Zadanie 22. (0–1)**

Pole trójkąta jest równe 15. Dwa boki mają długości 10 i 6. Kąt między tymi bokami może mieć miarę:

- A.  $75^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $30^\circ$

**Zadanie 23. (0–1)**

Prosta  $l$  ma równanie  $3x - 2y = 7$ . Prosta  $k$  prostopadła do prostej  $l$  może mieć równanie:

- A.  $y = \frac{2}{3}x + 1$               B.  $y = -\frac{2}{3}x + 1$               C.  $y = \frac{3}{2}x + 1$               D.  $y = -\frac{3}{2}x + 1$

**Zadanie 24. (0–1)**

Liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach i o parzystej cyfrze tysięcy, setek i dziesiątek jest:

- A.  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 7$               B.  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8$               C.  $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8$               D.  $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 9$

**Zadanie 25. (0–1)**

Sześcian przecięto płaszczyzną przechodzącą przez dwie równoległe przekątne dolnej i górnej podstawy. Pole otrzymanego przekroju jest równe 16. Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe:

- A.  $8\sqrt{2}$                       B.  $32\sqrt{2}$                       C.  $48\sqrt{2}$                       D.  $56\sqrt{2}$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares. It is intended for rough work (brudnopis) during the exam.

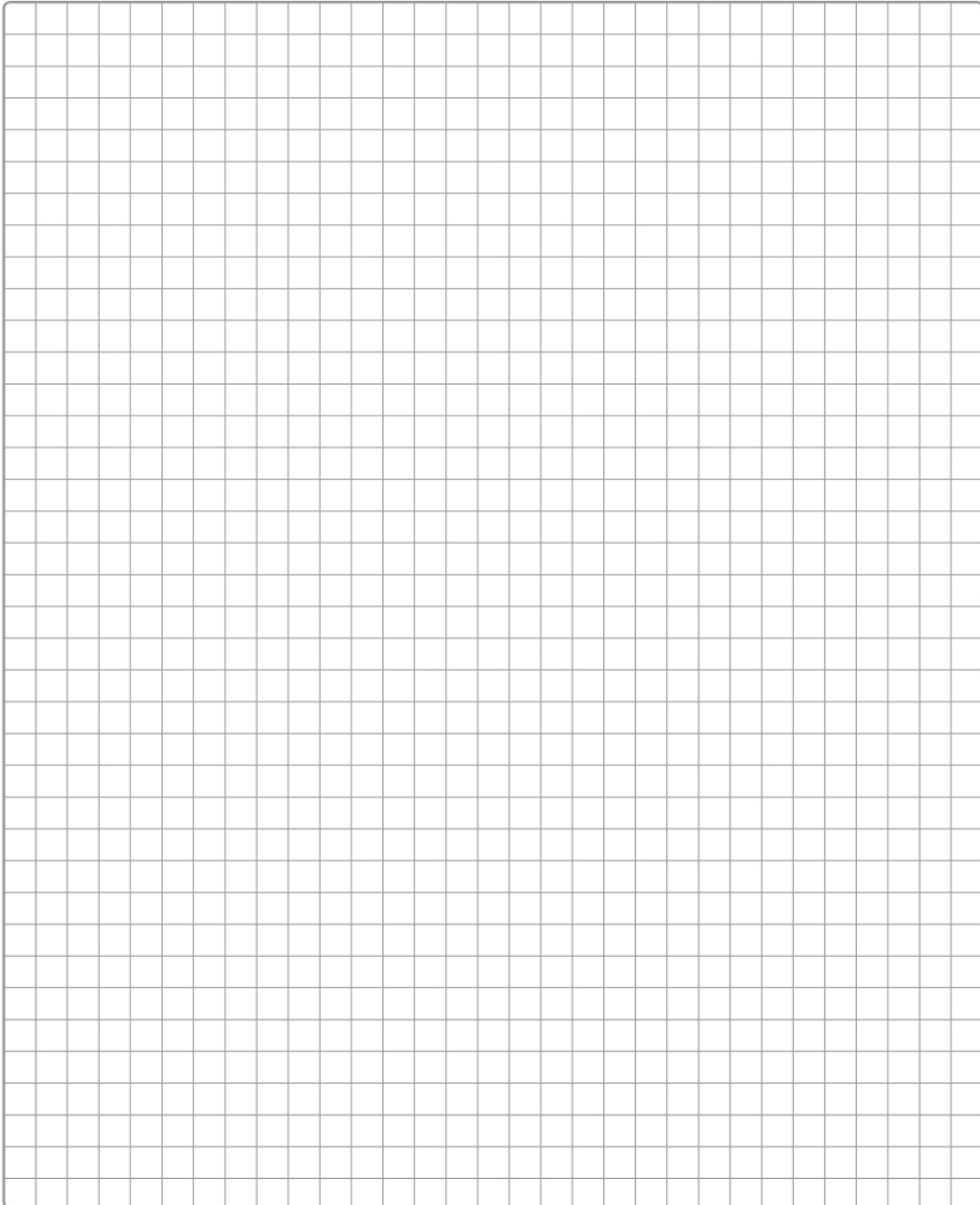
Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

**ZADANIA OTWARTE**

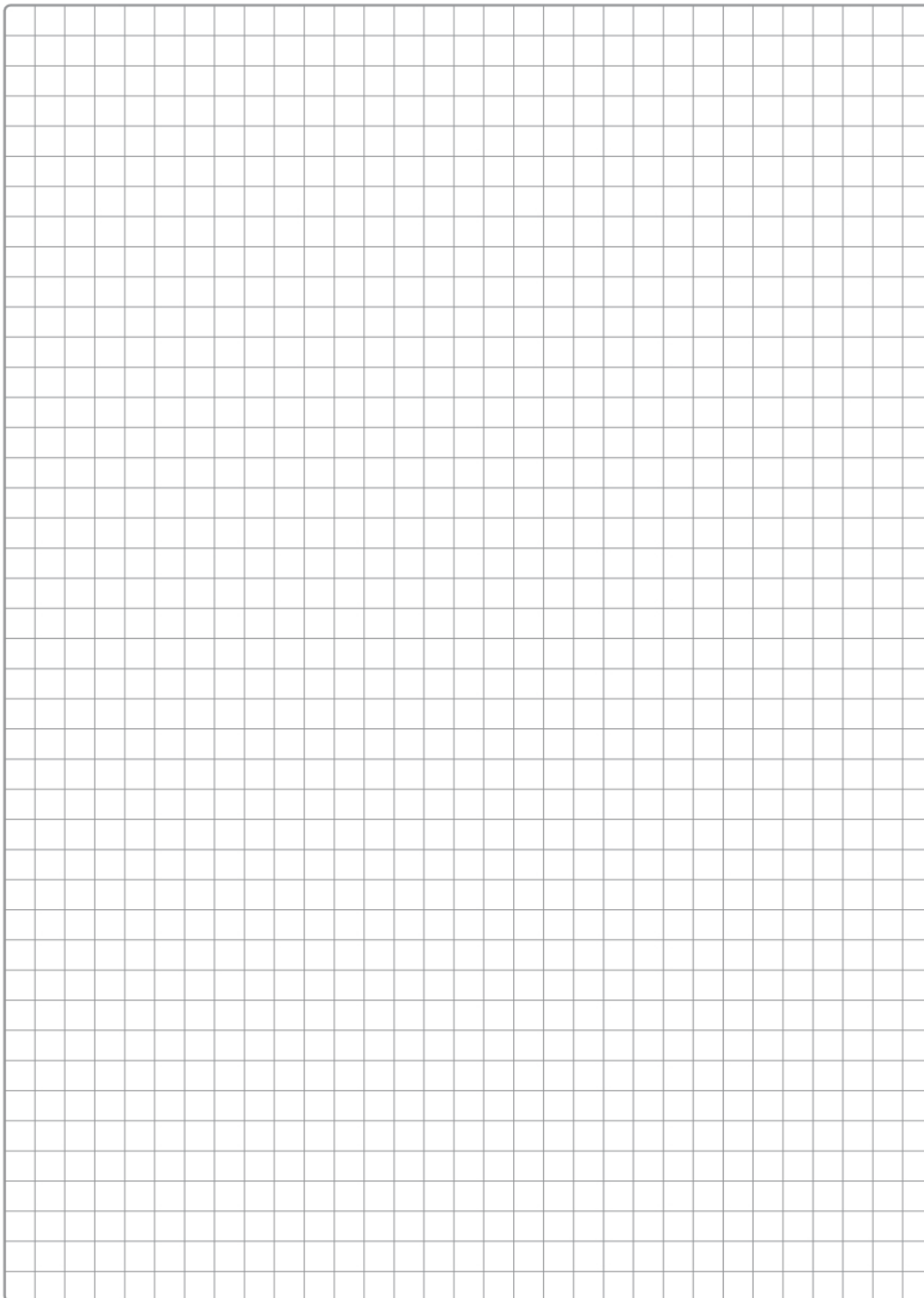
Rozwiązania zadań 26.–33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

**Zadanie 26. (0–2)**

Sprawdź, czy liczba  $\frac{33}{27}$  jest wyrazem ciągu o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{3n-1}{2n+5}$ .

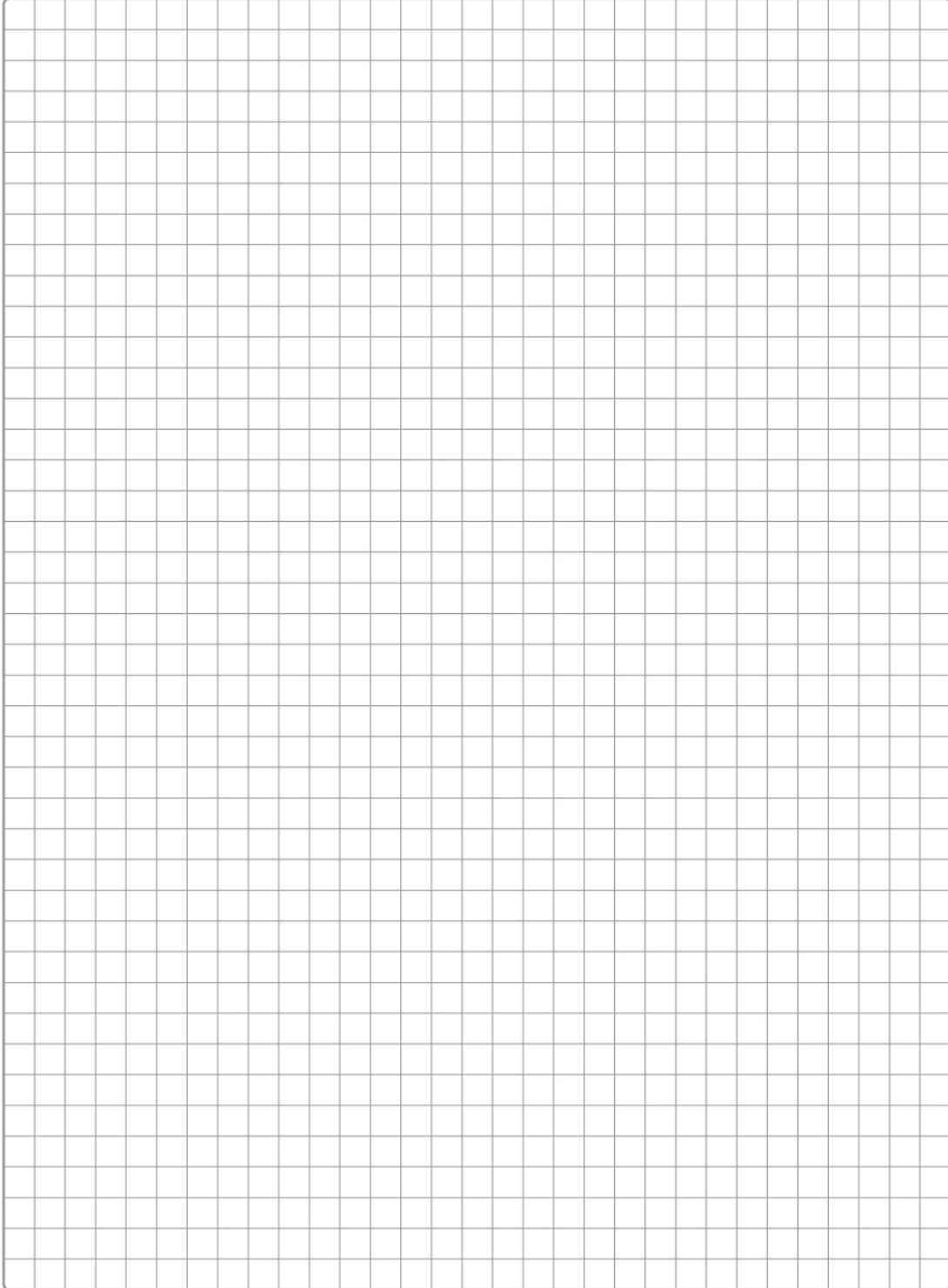




**Zadanie 27. (0–2)**Rozwiąż nierówność  $-x^2 + 8x - 20 < 0$ .

**Zadanie 28. (0–2)**

Punkty  $A = (-2, 4)$ ,  $B = (6, 2)$  są wierzchołkami trójkąta równobocznego. Wyznacz długość wysokości tego trójkąta.



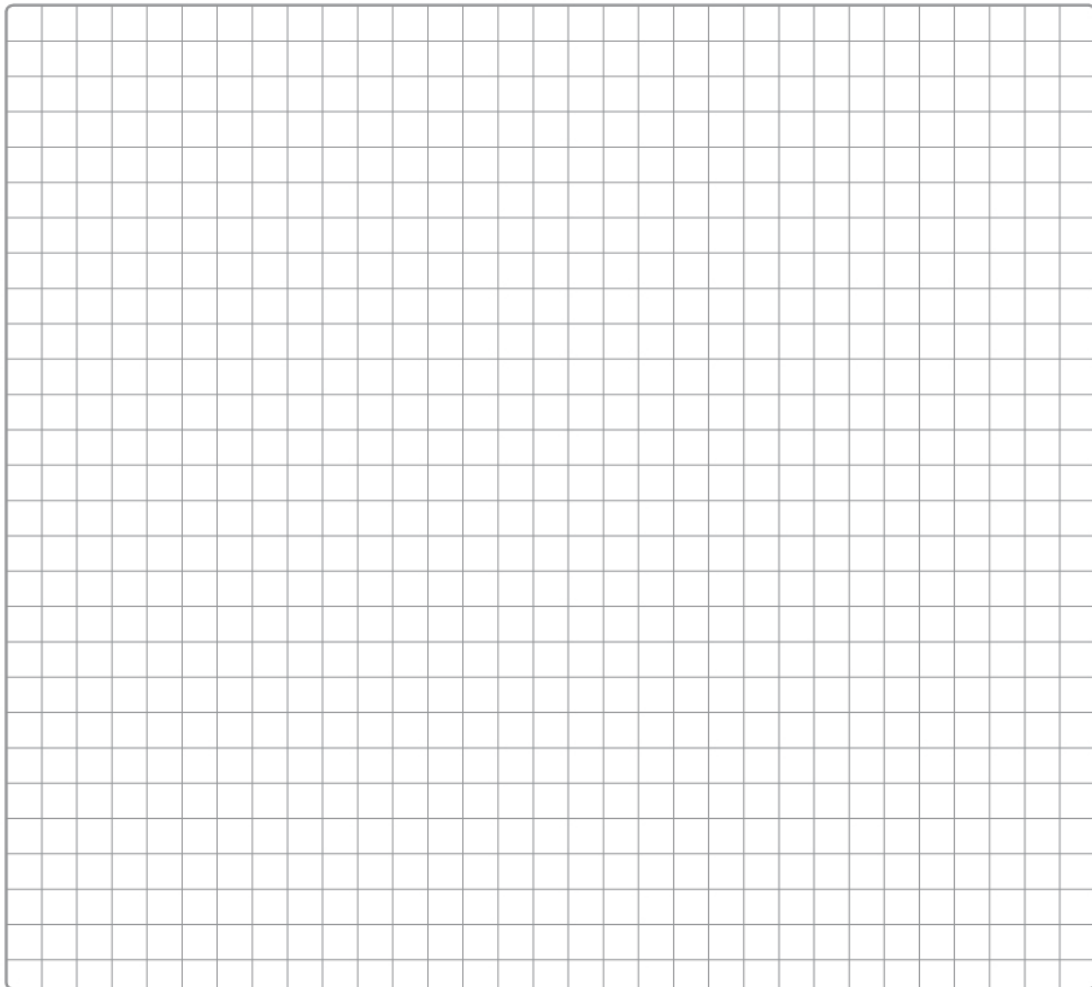
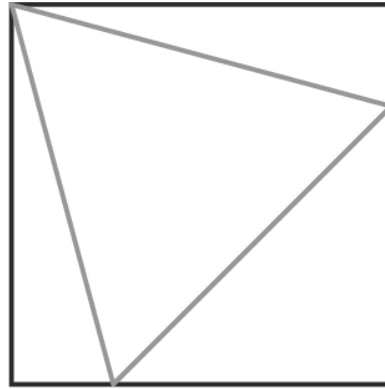
**Zadanie 29. (0–2)**

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  prawdziwa jest nierówność  $x^2 - 6x + y^2 - 4y + 13 \geq 0$ .



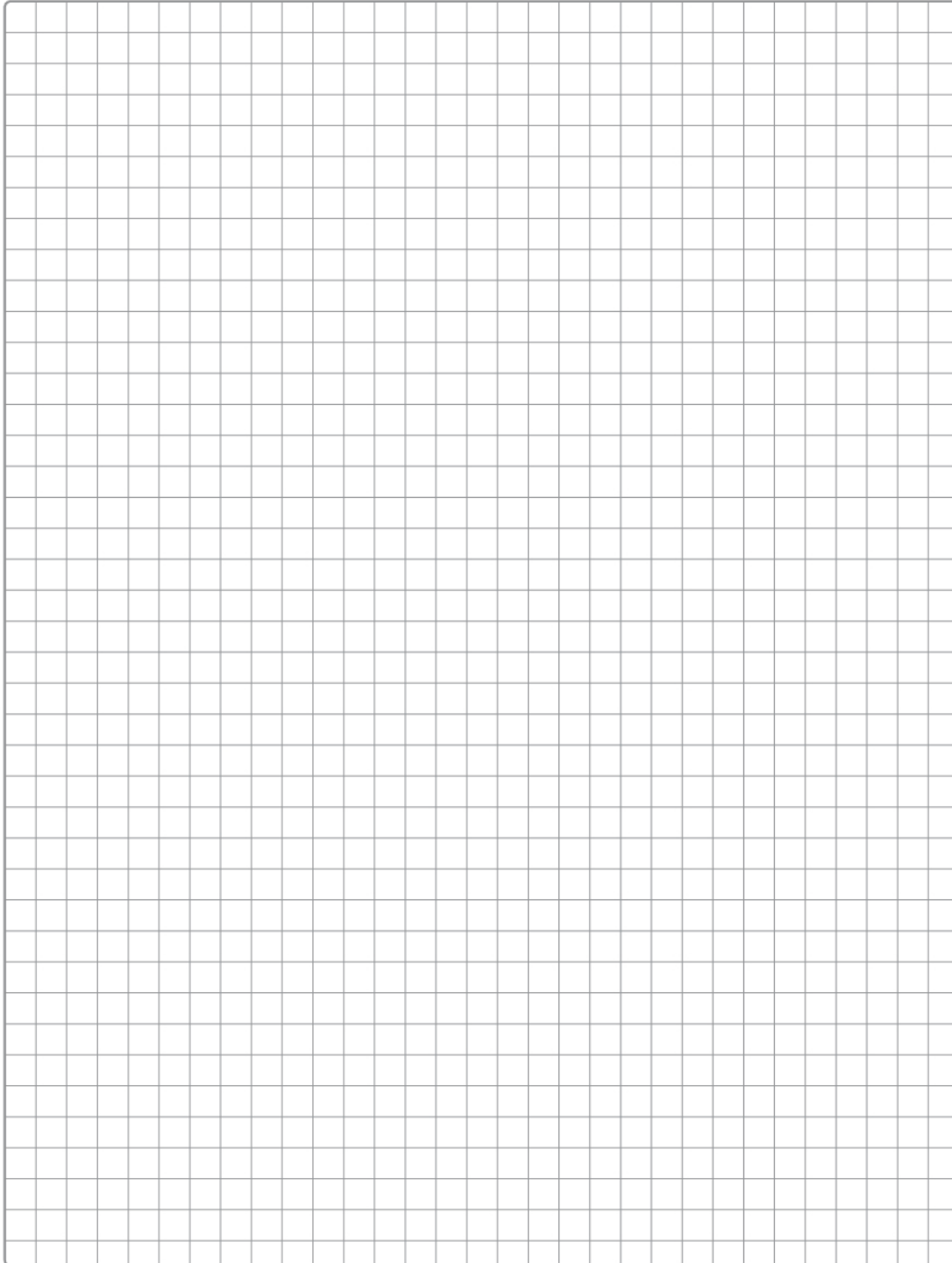
**Zadanie 30. (0–2)**

Dany jest kwadrat o boku  $a=6$ . W ten kwadrat wpisano trójkąt równoboczny w ten sposób, że jeden wierzchołek trójkąta jest wierzchołkiem kwadratu, a przeciwległy bok trójkąta jest równoległy do przekątnej kwadratu (patrz rysunek). Wykaż, że bok trójkąta jest równy  $6(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ .



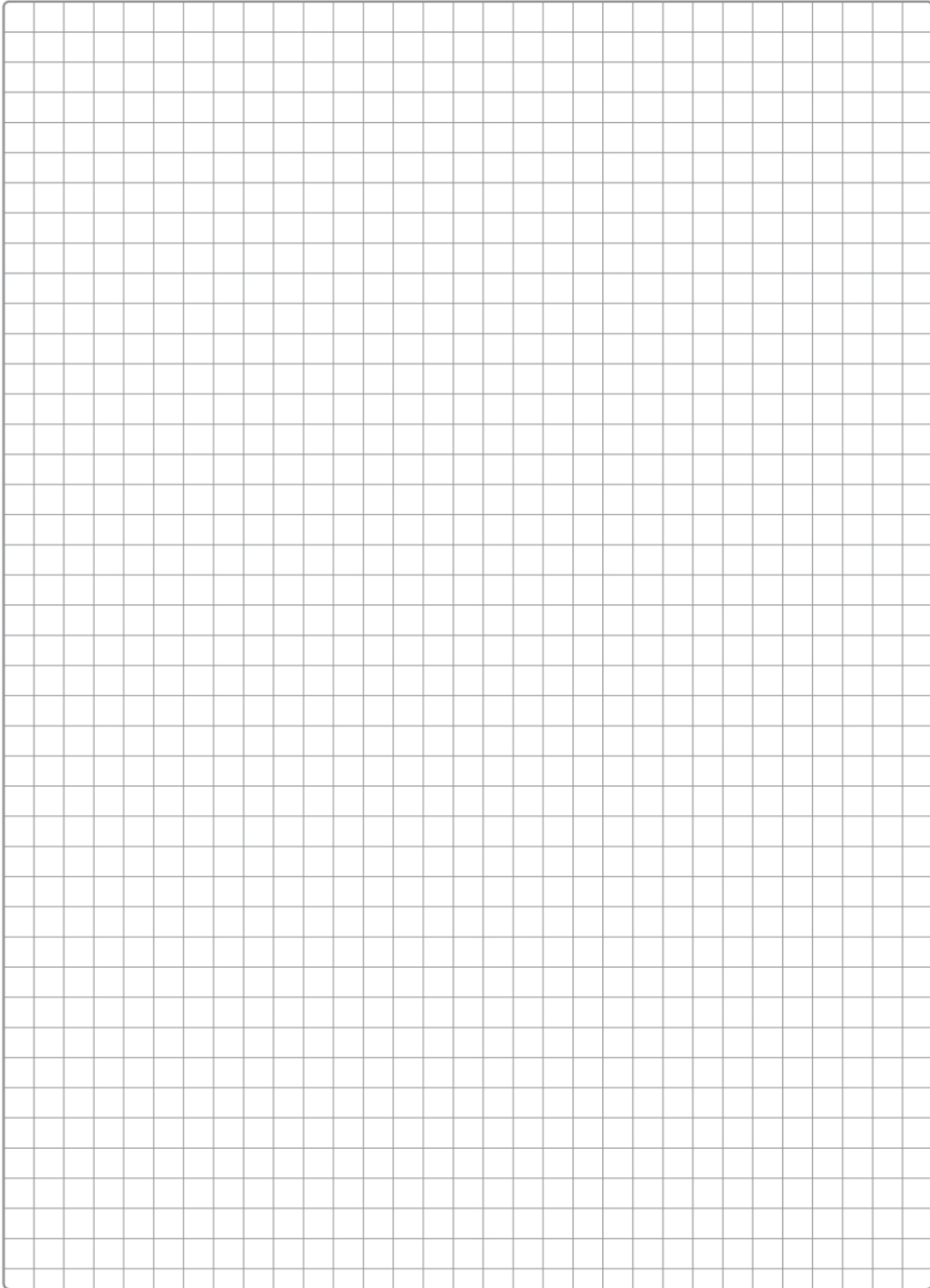
**Zadanie 31. (0–4)**

Dana jest funkcja określona wzorem  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Wartość największa funkcji jest równa 10. Funkcja jest rosnąca jedynie w przedziale  $(-\infty, 2)$ , a do jej wykresu należy punkt  $A = (4, -2)$ . Wyznacz wartości współczynników  $a, b, c$ .



**Zadanie 32. (0–5)**

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 4, a suma kwadratów wyrazu drugiego, czwartego i siódmego jest równa 702. Wyznacz ogólny wyraz tego ciągu.



**Zadanie 33. (0–6)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny. Promień okręgu wpisanego w podstawę jest równy 6. Ściana boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt  $60^\circ$ . Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej bryły.



**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

