2.3. DZIAŁANIA NA WYRAŻENIACH ALGEBRAICZNYCH

Dodawanie sum algebraicznych	Opuszczamy nawiasy i wykonujemy redukcję wyrazów podobnych.	$(4x+2-y)+(y-4x)=$ $=4x+2-y+y-4x=2$
Odejmowanie sum algebraicznych	Opuszczamy nawiasy, zmieniając na przeciwne znaki wyrazów sumy, przed którą stał znak minus i wykonujemy redukcję wyrazów podobnych.	$(6x-2)-(-4-x+2x)=$ $=6x-2+4+x-2x=5x+2$
Mnożenie sumy algebraicznej przez jednomian	Każdy wyraz sumy algebraicznej mnożymy przez jednomian (korzystamy z rozdzielności mnożenia względem dodawania) i wykonujemy redukcję wyrazów podobnych.	$3x(x+y-4)=3x^2+3xy-12x$
Mnożenie sum algebraicznych	Mnożymy każdy wyraz pierwszej sumy przez każdy wyraz drugiej sumy i wykonujemy redukcję wyrazów podobnych.	$(a+b-2)(a-b)=$ $=a^2-ab+ba-b^2-2a+2b=$ $=a^2-b^2-2a+2b$

2

2.4. ROZKŁADANIE WYRAŻENIA ALGEBRAICZNEGO NA CZYNNIKI

Rozłożyć wyrażenie algebraiczne na czynniki – zapisać wyrażenie w postaci iloczynu co najmniej dwóch wyrażeń, z których co najmniej jedno zawiera literę.

METODY ROZKŁADU WYRAŻEŃ NA CZYNNIKI	
Wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias	$3x^6-12x^5=3x^5\cdot x-3x^5\cdot 4=3x^5(x-4)$
Stosowanie wzorów skróconego mnożenia	$x^4+12x^2+36=(x^2)^2+2\cdot 6x^2+6^2=$ $=(x^2+6)^2=(x^2+6)(x^2+6)$
Grupowanie wyrazów	$5x-10-2x^2+4x=(5x-10)-(2x^2-4x)=$ $=5(x-2)-2x(x-2)=(5-2x)(x-2)$

2.5. WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA

WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA	
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	kwadrat sumy
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	kwadrat różnicy
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	różnica kwadratów

$$W=\frac{\cos\alpha}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+1}=\frac{\mathrm{tg}\,\alpha-1}{\mathrm{tg}\,\alpha+1}=\frac{5-1}{5+1}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

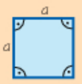
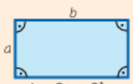
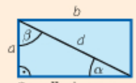
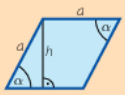
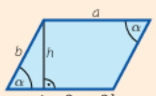
ZWIĄZKI MIAROWE W TRÓJKĄCIE	dowolnym o bokach a, b, c	równobocznym o boku a
Wysokość		$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$
Promień okręgu wpisanego	$r=\frac{2P}{a+b+c}$, gdzie P – pole trójkąta	$r=\frac{1}{3}h=\frac{\sqrt{3}}{6}a$
Promień okręgu opisanego	$R=\frac{abc}{4P}$, gdzie P – pole trójkąta	$R=\frac{2}{3}h=\frac{\sqrt{3}}{3}a$

7.4. CZWOROKĄTY

7.4.1. Własności wielokątów

Suma miar kątów n-kąta: $(n-2)\cdot 180°$, dla $n>2$ i $n\in N$.
Liczba przekątnych n-kąta $\frac{n(n-3)}{2}$ dla $n>2$ i $n\in N$.

7.4.2. Rodzaje czworokątów i ich własności

Czworokąt	Obwód L, pole P, d – długość przekątnej, h – wysokość	Własności
Kwadrat	 $L=4a$ $P=a^2$  $P=\frac{1}{2}d^2$	Wszystkie boki równe. Wszystkie kąty są proste. Przekątne są równe i prostopadłe. Punkt przecięcia dzieli je na połowy.
Prostokąt	 $L=2a+2b$ $P=ab$  $P=db\sin\alpha=$ $=d\cos\alpha$	Przeciwległe boki są równoległe i równe. Wszystkie kąty są proste. Przekątne są równe, punkt przecięcia dzieli je na połowy.
Romb	 $L=4a$ $P=ah$ $P=a^2\sin\alpha$  $P=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2$	Wszystkie boki są równe. Przeciwległe boki są równoległe. Przeciwległe kąty są równe. Przekątne są prostopadłe, punkt przecięcia dzieli je na połowy. Suma miar kątów przy jednym boku jest równa 180°.
Równoległobok	 $L=2a+2b$ $P=ah$ $P=ab\sin\alpha$	Przeciwległe boki są równoległe i równe. Przeciwległe kąty są równe. Suma miar kątów przy jednym boku jest równa 180°. Przekątne dzielą się na połowy.

306 PLANIMETRIA

	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie długości wysokości trójkąta: $h=\sqrt{51}$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
29.	Postęp: Zapisanie nierówności w postaci: $x^2-6x+9+y^2-4y+4\geq 0$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie nierówności w postaci wykazującej tezę zadania: $(x-3)^2+(y-2)^2\geq 0$	2
30.	Postęp: Zapisanie proporcji: $\frac{x}{6\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}-\frac{x\sqrt{3}}{2}}{\frac{6\sqrt{2}}{2}}$, x – bok trójkąta	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania, co wykazuje tezę zadania: $x=6\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$	2
31.	Postęp: Zapisanie funkcji w postaci: $f(x)=a(x-2)^2+10$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania: $-2=4a+10$	2
	Rozwiązanie prawie całkowite: Rozwiązanie równania: $a=-3$ i zapisanie funkcji w postaci: $f(x)=-3(x-2)^2+10$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Przekształcenie wzoru funkcji do postaci ogólnej i zapisanie odpowiedzi: $\begin{cases} a=-3 \\ b=12 \\ c=-2 \end{cases}$	4
32.	Postęp: Zapisanie potrzebnych wyrazów ciągu w postaci: $a_2=4+r$, $a_4=4+3r$, $a_7=4+6r$	1
	Istotny postęp: Zapisanie równania: $(4+r)^2+(4+3r)^2+(4+6r)^2=702$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Doprowadzenie równania do postaci: $46r^2+80r-654=0$	3
	Rozwiązanie prawie całkowite: Rozwiązanie równania: $r=3\vee r=-\frac{109}{23}$	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie wzoru na ogólny wyraz ciągu: $a_n=3n+1\vee a_n=-\frac{109}{23}n+\frac{201}{23}$	5

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
33.	Postęp: Wprowadzenie dokładnych oznaczeń lub wykonanie rysunku z oznaczeniami: ABC – podstawa ostrosłupa S – wierzchołek ostrosłupa S' – spodek wysokości ostrosłupa $\lvert S'D\rvert = r = 6$ – promień okręgu wpisanego w podstawę $\lvert\angle SDS'\rvert = 60^\circ$	1
	Istotny postęp: Obliczenie długości wysokości ściany bocznej ostrosłupa: $\lvert SD\rvert = 12$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie długości krawędzi podstawy i wysokości ostrosłupa: $a = 12\sqrt{3}$, $H = 6\sqrt{3}$	4 (3 pkt, gdy wyznaczono tylko jedną długość)
	Rozwiązanie prawie całkowite: Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = 648$	5
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie pola powierzchni bocznej ostrosłupa: $P = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12\sqrt{3} \cdot 12 = 216\sqrt{3}$	6