CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2015

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | PESEL

miejsce na naklejkę

dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **8 maja 2015 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

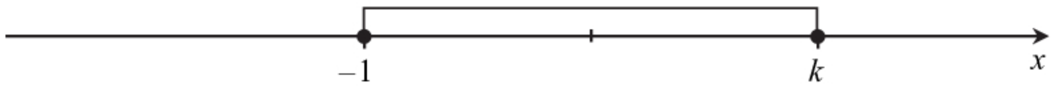
MMA-R1_1P-152

MMA 2015

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|2x-8| \le 10$.



Stąd wynika, że

A. $k=2$ **B.** $k=4$ **C.** $k=5$ **D.** $k=9$

Zadanie 2. (0–1)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x)=\begin{cases} x-2 & \text{dla } x \le 0 \\ \left||x+3|-4\right| & \text{dla } x>0 \end{cases}$

Równanie $f(x)=1$ ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie.

B. dwa rozwiązania.

C. cztery rozwiązania.

D. pięć rozwiązań.

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\left(3-2\sqrt{3}\right)^3$ jest równa

A. $27-24\sqrt{3}$ **B.** $27-30\sqrt{3}$ **C.** $135-78\sqrt{3}$ **D.** $135-30\sqrt{3}$

Zadanie 4. (0–1)

Równanie $2\sin x + 3\cos x = 6$ w przedziale $(0, 2\pi)$

A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

C. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.

D. ma więcej niż dwa rozwiązania rzeczywiste.

Zadanie 5. (0–1)

Odległość początku układu współrzędnych od prostej o równaniu $y=2x+4$ jest równa

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **B.** $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** 4

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 6. (0–2)

Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{11n^3+6n+5}{6n^3+1}-\frac{2n^2+2n+1}{5n^2-4}\right)$. W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0–2)

Liczby (-1) i 3 są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f. Oblicz $\frac{f(6)}{f(12)}$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–3)

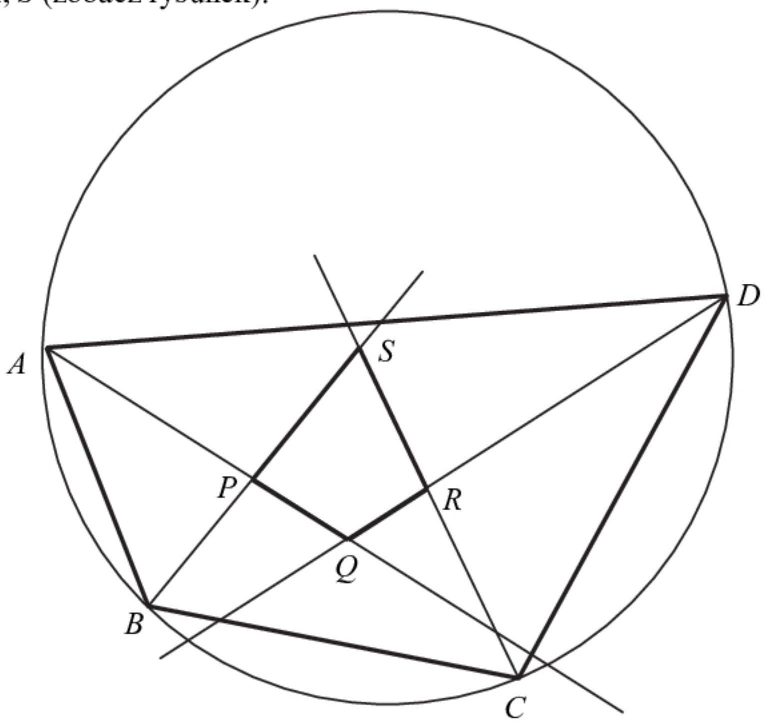
Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0 .$$

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>8.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 9. (0–3)

Dwusieczne czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg przecinają się w czterech różnych punktach: P, Q, R, S (zobacz rysunek).



Wykaż, że na czworokącie $PQRS$ można opisać okrąg.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (0–4)

Długości boków czworokąta $ABCD$ są równe: $|AB| = 2$, $|BC| = 3$, $|CD| = 4$, $|DA| = 5$. Na czworokącie $ABCD$ opisano okrąg. Oblicz długość przekątnej AC tego czworokąta.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

W pierwszej urnie umieszczono 3 kule białe i 5 kul czarnych, a w drugiej urnie 7 kul białych i 2 kule czarne. Losujemy jedną kulę z pierwszej urny, przekładamy ją do urny drugiej i dodatkowo dokładamy do urny drugiej jeszcze dwie kule tego samego koloru, co wylosowana kula. Następnie losujemy dwie kule z urny drugiej. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że obie kule wylosowane z drugiej urny będą białe.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–4)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f, które są równoległe do prostej o równaniu $y = 4x$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x)=(m+1)x^2+2(m-2)x-m+4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2, spełniające warunek $x_1{}^2-x_2{}^2=x_1{}^4-x_2{}^4$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Krawędź boczna SD jest wysokością ostrosłupa, a jej długość jest dwa razy większa od długości krawędzi podstawy. Oblicz sinus kąta między ścianami bocznymi ABS i CBS tego ostrosłupa.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. Oblicz współczynniki a, b i c. Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie stożki, których przekrojem osiowym jest trójkąt o obwodzie 20. Oblicz wysokość i promień podstawy tego stożka, którego objętość jest największa. Oblicz objętość tego stożka.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	16.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*