

**EGZAMIN MATURALNY  
W ROKU SZKOLNYM 2014/2015**

**FORMUŁA DO 2014  
(„STARA MATURA”)**

**MATEMATYKA  
POZIOM PODSTAWOWY**

**ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ  
ARKUSZ MMA-P1**

**CZERWIEC 2015**

## Klucz punktowania zadań zamkniętych

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	C	C	C	D	C	A	B	A	B	C	A	A	B	D	B	A	C	D	D	D	D	C	A

## Schemat oceniania zadań otwartych

### Zadanie 26. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność  $7x^2 - 28 \leq 0$ .

#### Rozwiązanie

Rozwiązanie nierówności kwadratowej składa się z dwóch etapów.

#### **Pierwszy etap rozwiązania:**

Znajdujemy pierwiastki trójmianu kwadratowego  $7x^2 - 28$ :

- podajemy je bezpośrednio, np. zapisując pierwiastki trójmianu lub postać iloczynową trójmianu lub zaznaczając na wykresie

$$x_1 = -2, x_2 = 2 \text{ lub } 7(x+2)(x-2)$$

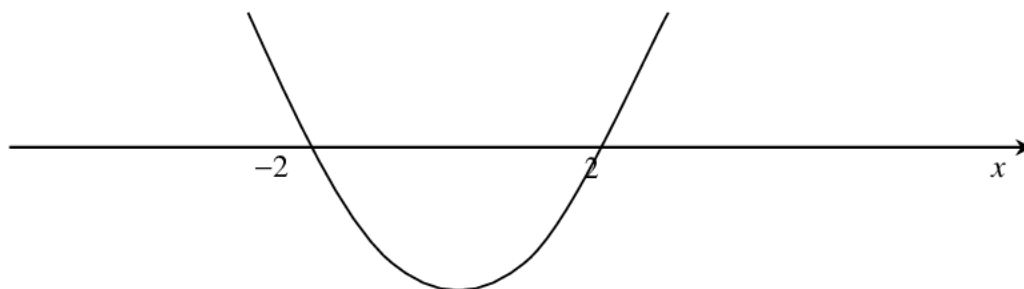
albo

- obliczamy wyróżnik tego trójmianu, a następnie stosujemy wzory na pierwiastki:

$$\Delta = 0 - 4 \cdot 7 \cdot (-28) = 28^2, x_1 = \frac{0 - 28}{14} = -2, x_2 = \frac{0 + 28}{14} = 2.$$

#### **Drugi etap rozwiązania:**

Podajemy zbiór rozwiązań nierówności:  $-2 \leq x \leq 2$  lub  $\langle -2, 2 \rangle$  lub  $x \in \langle -2, 2 \rangle$  np. odczytując go ze szkicu wykresu funkcji  $f(x) = 7x^2 - 28$ .



#### Schemat oceniania

Zdający otrzymuje ..... 1 pkt

gdy:

- zrealizuje pierwszy etap rozwiązania i na tym poprzestanie lub błędnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności, np.
  - rozłoży trójmian kwadratowy na czynniki liniowe, np.  $7(x+2)(x-2)$  i na tym poprzestanie lub błędnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności,

*Egzamin maturalny z matematyki – stara formuła*  
*Rozwiązania zadań i schemat punktowania – poziom podstawowy*

- obliczy lub poda pierwiastki trójmianu kwadratowego  $x_1 = -2$  i  $x_2 = 2$  i na tym poprzestanie lub błędnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności,
- zaznaczy na wykresie miejsca zerowe funkcji  $f(x) = 7x^2 - 28$  i na tym poprzestanie lub błędnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności

albo

- realizując pierwszy etap popełni błąd (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do tego rozwiąże nierówność, np. popełni błąd rachunkowy przy obliczaniu wyróżnika lub pierwiastków trójmianu kwadratowego i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże nierówność.

**Zdający otrzymuje ..... 2 pkt**

gdy:

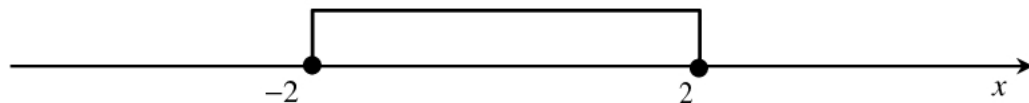
- poda zbiór rozwiązań nierówności:  $-2 \leq x \leq 2$  lub  $\langle -2, 2 \rangle$  lub  $x \in \langle -2, 2 \rangle$

albo

- sporządzi ilustrację geometryczną (oś liczbowa, wykres) i zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci:  $-2 \leq x \leq 2$

albo

- poda zbiór rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów



**Kryteria oceniania uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki**

1. Akceptujemy sytuację, gdy zdający poprawnie obliczy lub poda pierwiastki trójmianu  $x_1 = -2$  i  $x_2 = 2$  i zapisze, np.  $x \in \langle 2, 2 \rangle$ , popełniając tym samym błąd przy przepisywaniu jednego z pierwiastków, to za takie rozwiązanie otrzymuje **2 punkty**.
2. Jeśli zdający pomyli porządek liczb na osi liczbowej, np. zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci  $x \in \langle 2, -2 \rangle$ , to przyznajemy **2 punkty**.

**Zadanie 27. (2 pkt)**

Rozwiąż równanie  $x^4 - 2x^3 + 27x - 54 = 0$ .

**Rozwiązanie** (metoda grupowania)

Przedstawiamy lewą stronę równania w postaci iloczynu, stosując metodę grupowania wyrazów

$$x^3(x-2) + 27(x-2) = 0$$

$$(x^3 + 27)(x-2) = 0.$$

Stąd  $x = -3$  lub  $x = 2$ .

**Schemat oceniania**

**Zdający otrzymuje .....1 pkt**

gdy zapisze lewą stronę równania w postaci iloczynu, np.:  $(x^3 + 27)(x - 2)$  i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

**Zdający otrzymuje .....2 pkt**

gdy wyznaczy bezbłędnie oba rozwiązania równania:  $x = -3$ ,  $x = 2$ .

**Zadanie 28. (2 pkt)**

Funkcja kwadratowa  $f$  dla  $x = -3$  przyjmuje wartość największą równą 4. Do wykresu funkcji  $f$  należy punkt  $A = (-1, 3)$ . Zapisz wzór funkcji kwadratowej  $f$ .

**I sposób rozwiązania**

Wykorzystując fakt, że dla  $x = -3$  funkcja kwadratowa  $f$  przyjmuje wartość największą równą 4, możemy zapisać:  $f(x) = a \cdot (x + 3)^2 + 4$ .

Punkt  $A = (-1, 3)$  należy do wykresu funkcji, zatem możemy obliczyć wartość współczynnika  $a$ :  $a \cdot (-1 + 3)^2 + 4 = 3$ , stąd  $a = -\frac{1}{4}$ .

Zapisujemy wzór funkcji  $f$  w postaci  $f(x) = -\frac{1}{4} \cdot (x + 3)^2 + 4$ .

**Schemat oceniania I sposobu rozwiązania**

**Zdający otrzymuje .....1 p.**

gdy

- Zapisze wzór funkcji, w którym nieznanym jest tylko współczynnik stojący przy  $x^2$ , np.  $f(x) = a \cdot (x + 3)^2 + 4$ ,

albo

- popełni błąd rachunkowy przy obliczeniu współczynnika  $a$  i konsekwentnie do popełnionego błędu zapisze wzór funkcji kwadratowej  $f$ .

**Zdający otrzymuje .....2 p.**

gdy zapisze wzór funkcji kwadratowej  $f$ : np.  $f(x) = -\frac{1}{4} \cdot (x + 3)^2 + 4$ .

**II sposób rozwiązania**

Funkcja kwadratowa może być opisana wzorem  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Wykorzystując fakt, że funkcja kwadratowa  $f$  przyjmuje wartość największą dla  $x = -3$ ,

możemy zapisać:  $\frac{-b}{2a} = -3$ .

Stąd  $b = 6a$ , czyli  $f(x) = ax^2 + 6ax + c$ .

Punkt  $W = (-3, 4)$  należy do wykresu funkcji, zatem możemy zapisać:  $4 = 9a - 18a + c$

Stąd  $c = 9a + 4$ , czyli  $f(x) = ax^2 + 6ax + 9a + 4$ .

Punkt  $A = (-1, 3)$  należy do wykresu funkcji, zatem możemy obliczyć wartość

współczynnika  $a$ :  $a - 6a + 9a + 4 = 3$ , stąd  $a = -\frac{1}{4}$ .

Wyznaczamy wartości  $b$  i  $c$ :  $b = -\frac{6}{4}$ ,  $c = \frac{7}{4}$

Zapisujemy wzór funkcji  $f$ :  $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{6}{4}x + \frac{7}{4}$ .

### **Schemat oceniania II sposobu rozwiązania**

**Zdający otrzymuje .....1 p.**  
 gdy

- Zapisze wzór funkcji, w którym nieznanym jest tylko jeden współczynnik trójmianu kwadratowego  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , np.  $f(x) = ax^2 + 6ax + 9a + 4$ ,

albo

- popełni błędy rachunkowe przy obliczeniu współczynników  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i konsekwentnie do popełnionych błędów zapisze wzór funkcji kwadratowej  $f$ .

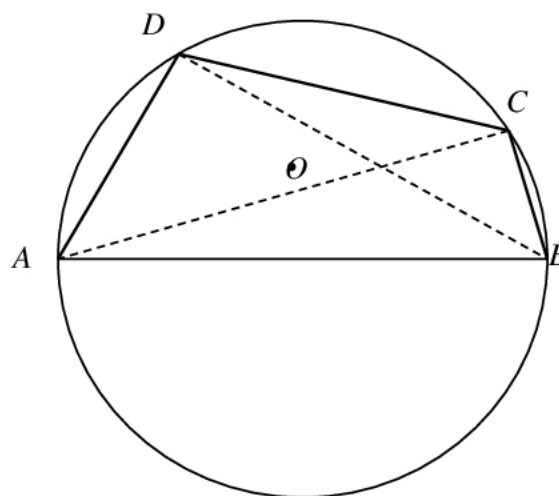
**Zdający otrzymuje .....2 p.**

gdy zapisze wzór funkcji kwadratowej  $f$ : np.  $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{6}{4}x + \frac{7}{4}$ .

### **Zadanie 29. (2 pkt)**

Bok  $AB$  czworokąta  $ABCD$  wpisanego w okrąg jest średnicą tego okręgu (zobacz rysunek).

Udowodnij, że  $|AD|^2 + |BD|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$ .



### **Dowód**

Kąt  $ADB$  jest prosty, jako kąt wpisany w okrąg oparty na jego średnicy.

Podobnie stwierdzamy, że kąt  $ACB$  jest prosty.

Z twierdzenia Pitagorasa dla tych trójkątów prostokątnych otrzymujemy

$$|AB|^2 = |AD|^2 + |BD|^2 \text{ oraz } |AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2.$$

Porównując prawe strony tych równości otrzymujemy tezę. To kończy dowód.

### **Schemat oceniania**

**Zdający otrzymuje ..... 1 pkt**

gdy zauważy, że kąty  $ADB$  i  $ACB$  są proste, wykorzysta twierdzenie Pitagorasa

i zapisze równości:  $|AB|^2 = |AD|^2 + |BD|^2$ ,  $|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$  i na tym poprzestanie lub dalej popełnia błędy.

**Zdający otrzymuje ..... 2 pkt**

gdy uzasadni równość.

### **Zadanie 30. (2 pkt)**

W siedmiowyrazowym ciągu arytmetycznym środkowy wyraz jest równy 0. Udowodnij, że suma wyrazów tego ciągu jest równa 0.

### **Rozwiązanie**

Ciąg  $(a_n)$  jest ciągiem arytmetycznym, złożonym z siedmiu wyrazów. Zatem środkowym wyrazem tego ciągu jest  $a_4 = a_1 + 3r = 0$ . Suma wyrazów tego ciągu jest równa  $S_7 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$ . Wykorzystując wzór na wyraz ogólny ciągu arytmetycznego lub wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego, zapisujemy sumę ciągu w postaci

$$S_7 = a_1 + a_1 + r + a_1 + 2r + a_1 + 3r + a_1 + 4r + a_1 + 5r + a_1 + 6r = 7a_1 + 21r$$

Ponieważ  $a_1 + 3r = 0$ , więc  $a_1 = -3r$ .

$$\text{Stąd } S_7 = 7a_1 + 21r = 7 \cdot (-3r) + 21r = -21r + 21r = 0.$$

Zatem suma wyrazów tego ciągu jest równa 0.

### **Schemat oceniania**

**Zdający otrzymuje ..... 1 pkt**

gdy

- zapisze sumę wszystkich wyrazów ciągu w postaci  $S_7 = 7a_1 + 21r$  i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy

albo

- zapisze wszystkie wyrazy ciągu w zależności od wyrazu  $a_4$ , np.  $a_1 = a_4 - 3r$ ,  $a_2 = a_4 - 2r$ ,  $a_3 = a_4 - r$ ,  $a_5 = a_4 + r$ ,  $a_6 = a_4 + 2r$ ,  $a_7 = a_4 + 3r$ , i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

**Zdający otrzymuje ..... 2 pkt**

gdy uzasadni, że suma wyrazów ciągu jest równa 0.

**Zadanie 31. (2 pkt)**

Ze zbioru cyfr  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  losujemy kolejno dwie cyfry (losowanie bez zwracania) i tworzymy liczby dwucyfrowe tak, że pierwsza wylosowana cyfra jest cyfrą dziesiątek, a druga – cyfrą jedności. Oblicz prawdopodobieństwo utworzenia liczby podzielnej przez 4.

**I sposób rozwiązania** (klasyczna definicja prawdopodobieństwa)

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie pary uporządkowane  $(x, y)$ , gdzie  $x \neq y$ , utworzone z dwóch cyfr wylosowanych ze zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , przy czym  $x$  oznacza cyfrę dziesiątek,  $y$  oznacza cyfrę jedności.

Liczba wszystkich zdarzeń elementarnych jest równa  $|\Omega| = 8 \cdot 7 = 56$ .

Niech  $A$  oznacza zdarzenie, że utworzona liczba jest podzielna przez 4.

Zatem

$$A = \{(1, 2), (1, 6), (2, 4), (2, 8), (3, 2), (3, 6), (4, 8), (5, 2), (5, 6), (6, 4), (6, 8), (7, 2), (7, 6), (8, 4)\}$$

Liczba zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu  $A$  jest więc równa

$$|A| = 14.$$

Prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  jest równe:  $P(A) = \frac{14}{56} = \frac{1}{4}$ .

**II sposób rozwiązania** (metoda tabeli)

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	x	☺				☺		
2		x		☺				☺
3		☺	x			☺		
4				x				☺
5		☺			x	☺		
6				☺		x		☺
7		☺				☺	x	
8				☺				x

Symbole w tabeli oznaczają odpowiednio:

x – zdarzenie niemożliwe

☺ – zdarzenie elementarne sprzyjające zdarzeniu  $A$

$|\Omega| = 8 \cdot 7 = 56$  i  $|A| = 14$ , zatem

$$P(A) = \frac{14}{56} = \frac{1}{4}.$$

**Schemat oceniania I i II sposobu rozwiązania**

Zdający otrzymuje ..... 1 pkt  
gdy

- obliczy liczbę wszystkich możliwych zdarzeń elementarnych:  $|\Omega| = 8 \cdot 7 = 56$

albo

- obliczy (zaznaczy poprawnie w tabeli) liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu  $A$ :  $|A| = 14$

**Zdający otrzymuje .....2 pkt**

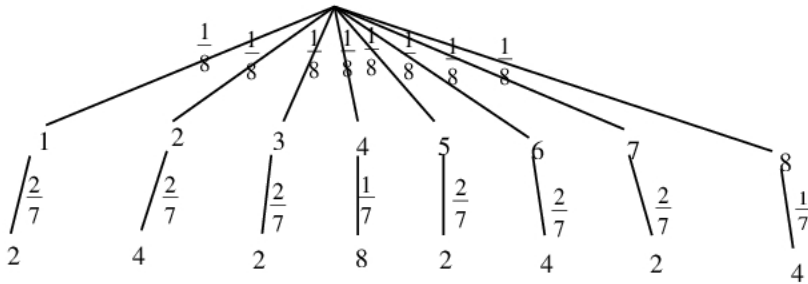
gdy obliczy prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$ :  $P(A) = \frac{1}{4}$ .

**Uwaga**

Jeżeli zdający popełnił błąd przy zliczaniu w tabeli par, spełniających warunki zadania i konsekwentnie do popełnionego błędu obliczy prawdopodobieństwo, to otrzymuje **1 punkt**.

**III sposób rozwiązania (metoda drzewa)**

Drzewo:



Prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  (liczba jest podzielna przez 4) jest więc równe:

$$P(A) = \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{14}{56} = \frac{1}{4}.$$

**Schemat oceniania III sposobu rozwiązania**

**Zdający otrzymuje .....1 pkt**

gdy narysuje pełne drzewo i przynajmniej na jednej gałęzi zapisze prawdopodobieństwo

**Zdający otrzymuje .....2 pkt**

gdy obliczy prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$ :  $P(A) = \frac{1}{4}$ .

**Uwagi**

1. Jeśli zdający rozwiąże zadanie do końca i otrzyma  $P(A) > 1$ , to otrzymuje za całe rozwiązanie **0 punktów**.
2. Jeśli zdający dodaje prawdopodobieństwa na gałęziach drzewa, to za całe rozwiązanie otrzymuje **1 punkt** (pod warunkiem, że prawdopodobieństwa na gałęziach drzewa są zapisane prawidłowo).
3. Jeżeli zdający popełni błąd przy przepisywaniu prawdopodobieństw z gałęzi drzewa lub w zapisaniu prawdopodobieństwa na jednej gałęzi drzewa lub nie zaznaczy jednej istotnej gałęzi drzewa i konsekwentnie do popełnionego błędu oblicza prawdopodobieństwo, to otrzymuje **1 punkt**.

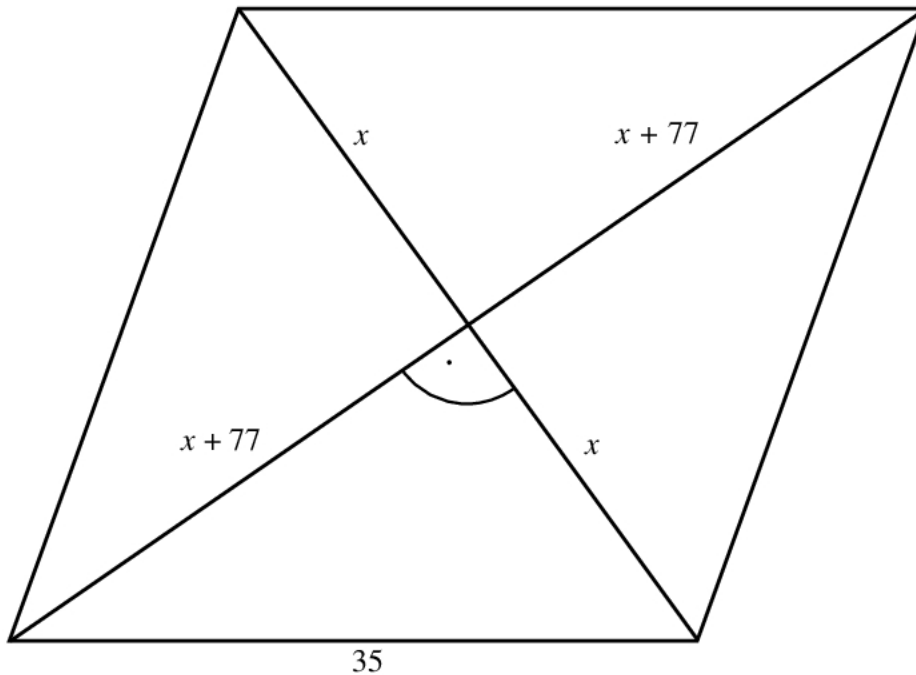


**Zadanie 32. (4 pkt)**

Dany jest romb o boku długości 35. Długości przekątnych tego rombu różnią się o 14. Oblicz pole tego rombu.

**Rozwiązanie**

Niech krótsza przekątna tego rombu ma długość  $2x$  (zobacz rysunek). Wtedy druga przekątna ma długość równą  $2x+14$ .



Przekątne rombu przecinają się pod kątem prostym oraz dzielą się na połowy, zatem możemy zapisać równanie wynikające z twierdzenia Pitagorasa:

$$x^2 + (x+7)^2 = 35^2.$$

Po uporządkowaniu otrzymujemy równanie:

$$x^2 + 7x - 588 = 0.$$

To równanie ma dwa rozwiązania:  $x = 21$ ,  $x = -28$ . Odrzucamy ujemne rozwiązanie i zapisujemy długości przekątnych tego rombu:  $2x = 42$  oraz  $2x+14 = 56$ . Szukane pole rombu równa się więc:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 56 = 1176.$$

**Schemat oceniania**

**Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze**

**do pełnego rozwiązania ..... 1 p.**

Zdający oznaczy długości przekątnych tego rombu i zapisze zależności między długościami tych przekątnych, np.

$$2x \text{ i } 2x+14$$

i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp ..... 2 p.**

Zdający zastosuje twierdzenie Pitagorasa i zapisze równanie z jedną niewiadomą, np.

$$x^2 + (x + 7)^2 = 35^2$$

i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**Uwaga**

Jeżeli zdający zapisze układ równań opisujący sytuację w zadaniu, np.

$$\begin{cases} p - q = 7 \\ p^2 + q^2 = 35^2 \end{cases}$$

gdzie  $p$  i  $q$  oznaczają długości połówek, odpowiednio, większej i mniejszej przekątnej tego rombu, to przyznajemy **2 punkty**.

**Pokonanie zasadniczych trudności zadania ..... 3 p.**

Zdający rozwiąże powyższe równanie, otrzymując dwa rozwiązania:

$$x = 21, \quad x = -28,$$

odrzuci ujemne rozwiązanie i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

**Rozwiązanie pełne ..... 4 p.**

Zdający obliczy pole tego rombu:

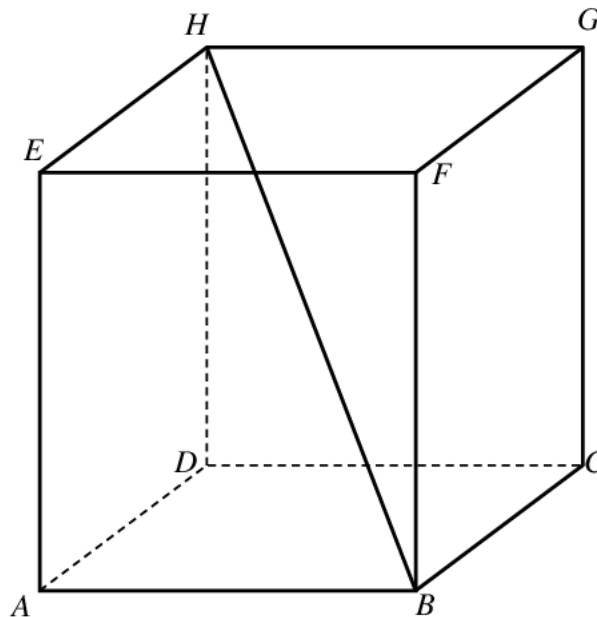
$$P = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 56 = 1176.$$

**Uwaga**

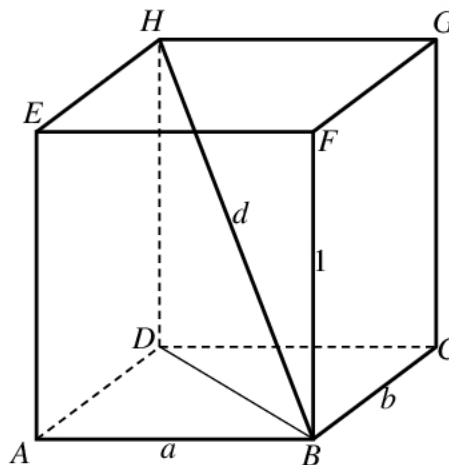
Jeżeli zdający odgadnie długości przekątnych rombu i sprawdzi, że wtedy bok rombu ma długość 35, to otrzymuje **1 punkt**. Jeżeli ponadto obliczy poprawnie pole tego rombu, to otrzymuje **2 punkty**.

**Zadanie 33. (4 pkt)**

Wysokość prostopadłościanu  $ABCDEFGH$  jest równa 1, a długość przekątnej  $BH$  jest równa sumie długości krawędzi  $AB$  i  $BC$ . Oblicz objętość tego prostopadłościanu.

**Rozwiązanie**

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku.



Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta  $DBH$  otrzymujemy

$$|BH|^2 = |BD|^2 + |DH|^2, \text{ czyli } d^2 = a^2 + b^2 + 1^2.$$

Stąd i z równości  $d = a + b$  otrzymujemy

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + b^2 + 1, \\ a^2 + 2ab + b^2 &= a^2 + b^2 + 1, \\ ab &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Objętość  $V$  prostopadłościanu jest zatem równa  $V = ab \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$ .

**Schemat oceniania**

**Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania** ..... **1 pkt**

Zdający

- zapisze długość przekątnej w zależności od długości boków podstawy:  $d = a + b$  albo
- zapisze zależność między długością przekątnej prostopadłościanu i długościami jego krawędzi, np.:  $d^2 = (a^2 + b^2) + 1^2$ .

**Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp** ..... **2 pkt**

Zdający zapisze równanie pozwalające obliczyć pole podstawy prostopadłościanu:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 1.$$

**Pokonanie zasadniczych trudności zadania** ..... **3 pkt**

Zdający obliczy pole podstawy prostopadłościanu:  $ab = \frac{1}{2}$ .

**Rozwiązanie pełne** ..... **4 pkt**

Zdający obliczy objętość prostopadłościanu:  $\frac{1}{2}$ .**Uwaga**

Jeżeli zdający rozwiąże zadanie jedynie w przypadku prostopadłościanu, którego podstawa  $ABCD$  jest kwadratem, to może otrzymać co najwyżej **2 punkty**, przy czym **1 punkt**

otrzymuje za zapisanie równania  $d^2 = (a\sqrt{2})^2 + 1^2$ , natomiast **2 punkty** otrzymuje za

rozwiązanie zadania do końca w tym przypadku. Jeśli natomiast zauważy, że prostopadłościanów opisywanych w zadaniu jest nieskończenie wiele, więc wystarczy obliczyć objętość tylko w przypadku gdy  $a = b$ , to może otrzymać co najwyżej **3 punkty**.

**Zadanie 34. (5 pkt)**

Deweloper oferuje możliwość kompletnego wyposażenia kuchni i salonu w ofercie „Malejące raty”. Wysokość pierwszej raty ustalono na 775 zł. Każda następna rata jest o 10 zł mniejsza od poprzedniej. Całkowity koszt wyposażenia kuchni i salonu ustalono na 30 240 zł. Oblicz wysokość ostatniej raty i liczbę wszystkich rat.

**Rozwiązanie**

Kolejne raty tworzą ciąg arytmetyczny, w którym pierwszy wyraz  $a_1 = 775$  i różnica  $r = -10$ .

Jeżeli  $n$  oznacza liczbę rat, to suma wszystkich rat jest równa  $S_n = 30\,240$ . Wykorzystując wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego, zapisujemy równanie

$$\frac{2 \cdot 775 + (n-1) \cdot (-10)}{2} \cdot n = 30\,240.$$

Przekształcamy to równanie równoważnie i otrzymujemy

$$(780 - 5n) \cdot n = 30\,240 \text{ i dalej}$$

$$n^2 - 156n + 6048 = 0.$$

Równanie to ma dwa rozwiązania

*Egzamin maturalny z matematyki – stara formuła*  
*Rozwiązania zadań i schemat punktowania – poziom podstawowy*

$$n_1 = 72 \text{ i } n_2 = 84.$$

Obliczamy teraz wysokość ostatniej raty, czyli  $a_{72} = 65$  i  $a_{84} = -55$ .

Drugie rozwiązanie odrzucamy, jako sprzeczne z warunkami zadania, a całkowity koszt wyposażenia kuchni i salonu zostanie spłacony w 72 ratach.

Odpowiedź: Liczba rat to 72. Ostatnia rata wyniosła 65 zł.

### **Schemat oceniania**

**Rozwiązanie, w którym postęp jest wprawdzie niewielki, ale konieczny na drodze do całkowitego rozwiązania zadania..... 1 pkt**

Zdający zauważy, że problem daje się opisać za pomocą ciągu arytmetycznego, w którym pierwszym wyrazem jest 775, a różnicą tego ciągu jest  $-10$ .

**Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp ..... 2 pkt**

Zdający zapisze równania z niewiadomą  $n$ : np.  $\frac{2 \cdot 775 + (n-1) \cdot (-10)}{2} \cdot n = 30\,240$ .

**Pokonanie zasadniczych trudności zadania ..... 3 pkt**

Rozwiązanie równania kwadratowego z niewiadomą  $n$  i otrzymanie dwóch rozwiązań  $n_1 = 72$  i  $n_2 = 84$ .

**Rozwiązanie zadania do końca, lecz z usterkami, które jednak nie przekreślają poprawności rozwiązania (np. drobne błędy rachunkowe lub wadliwe przepisanie) ..... 4 pkt**

- rozwiązanie równania z niewiadomą  $n$  z błędem rachunkowym (o ile przynajmniej jedno rozwiązanie jest liczbą naturalną) i konsekwentne do popełnionego błędu obliczenie wysokości ostatniej raty
- albo
- rozwiązanie równania kwadratowego i odrzucenie jednego rozwiązania i brak obliczenia lub obliczenie błędnie wysokości ostatniej raty.

**Rozwiązanie pełne ..... 5 pkt**

Wyznaczenie liczby rat: 72

i wysokości ostatniej raty: 65 zł.