

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

KOD			PESEL																

*miejsce  
na naklejkę*
 dysleksja

## EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY



 DATA: **2 czerwca 2015 r.**

 GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

 CZAS PRACY: **180 minut**

 LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1\_1P-153

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

*W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.*

### Zadanie 1. (0–1)

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_{n+1} = a_n + n - 6$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ . Trzeci wyraz tego ciągu jest równy  $a_3 = -1$ . Wyraz  $a_2$  jest równy

- A.  $-3$                       B.  $-2$                       C.  $2$                       D.  $3$

### Zadanie 2. (0–1)

Liczba punktów wspólnych wykresów funkcji  $y = -x + 1$  i  $y = \log_2 x$  jest równa

- A.  $0$                       B.  $1$                       C.  $2$                       D.  $3$

### Zadanie 3. (0–1)

Która z poniższych funkcji, określonych w zbiorze liczb rzeczywistych, nie ma minimum lokalnego ani maksimum lokalnego?

- A.  $f(x) = 4x^2 + 5x$   
 B.  $f(x) = 3x^3 + 2x^2$   
 C.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x$   
 D.  $f(x) = (4x + 1)^2$

### Zadanie 4. (0–1)

Dla dowolnego kąta  $\alpha$  wartość wyrażenia  $\sin \alpha + \sin(180^\circ - \alpha)$  jest równa wartości wyrażenia

- A.  $\sin 2\alpha$                       B.  $-\sin \alpha$                       C.  $2 \sin \alpha$                       D.  $0$

### Zadanie 5. (0–1)

Zbiór  $K$  – to zbiór wszystkich liczb rzeczywistych  $x$ , dla których wartość liczbową wyrażenia  $\sqrt{x(x^2 - 9)}$  jest liczbą rzeczywistą. Zatem

- A.  $K = \langle -3, 0 \rangle \cup \langle 3, +\infty \rangle$                       B.  $K = (-\infty, -3) \cup \langle 0, 3 \rangle$   
 C.  $K = (-3, 0) \cup (3, +\infty)$                       D.  $K = (-\infty, -3) \cup (0, 3)$

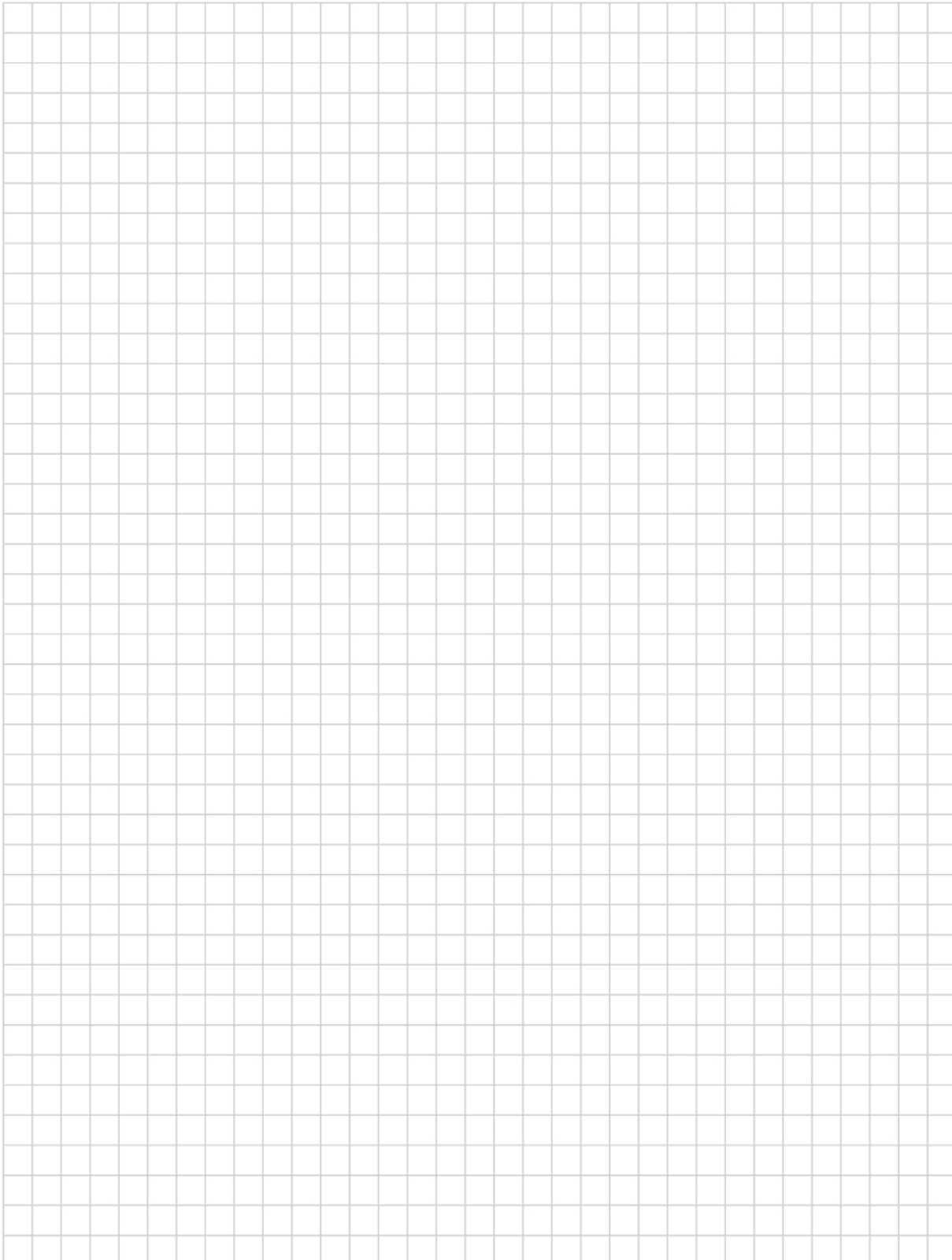
**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 6. (0–2)**

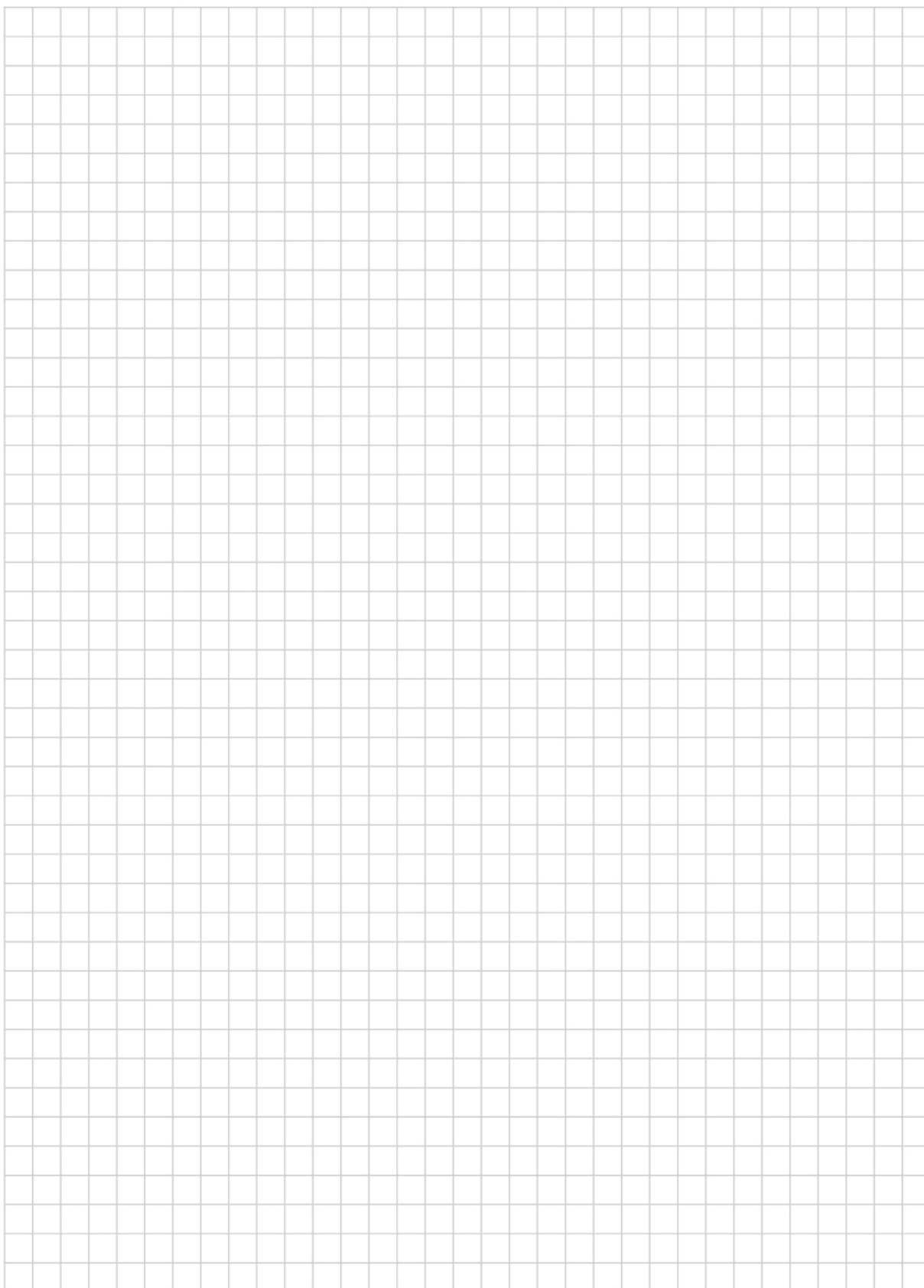
Wyznacz największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność  $|x| < |x - 1025|$ . W poniższe kratki wpisz – kolejno – cyfrę setek, cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności otrzymanego wyniku.

--	--	--



**Zadanie 7. (0–2)**

Prosta o równaniu  $y = \frac{3}{4}x - \frac{61}{14}$  jest styczna od okręgu o środku  $S = (1, -4)$ . Wyznacz promień tego okręgu.



**Zadanie 8. (0-3)**

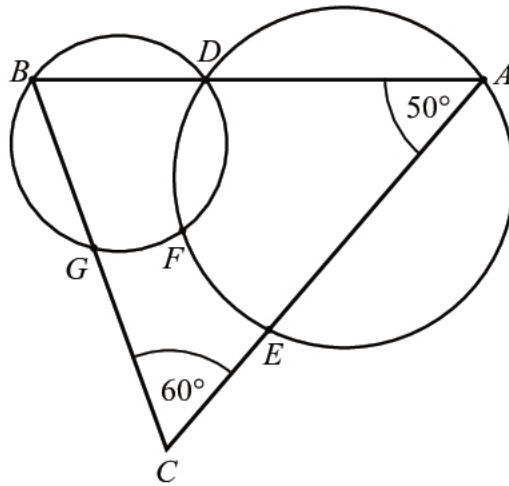
Niech  $a = \log_{12} 2$ . Wykaż, że  $\log_6 64 = \frac{6a}{1-a}$ .





**Zadanie 9. (0–3)**

W trójkącie  $ABC$  kąt wewnętrzny przy wierzchołku  $A$  ma miarę  $50^\circ$ , a kąt wewnętrzny przy wierzchołku  $C$  ma miarę  $60^\circ$ . Okrąg  $o_1$  przechodzi przez punkt  $A$  i przecina boki  $AB$  i  $AC$  trójkąta odpowiednio w punktach  $D$  i  $E$ . Okrąg  $o_2$  przechodzi przez punkt  $B$ , przecina okrąg  $o_1$  w punkcie  $D$  oraz w punkcie  $F$  leżącym wewnątrz trójkąta  $ABC$ . Ponadto okrąg  $o_2$  przecina bok  $BC$  trójkąta w punkcie  $G$ .



Udowodnij, że na czworokącie  $CEFG$  można opisać okrąg.







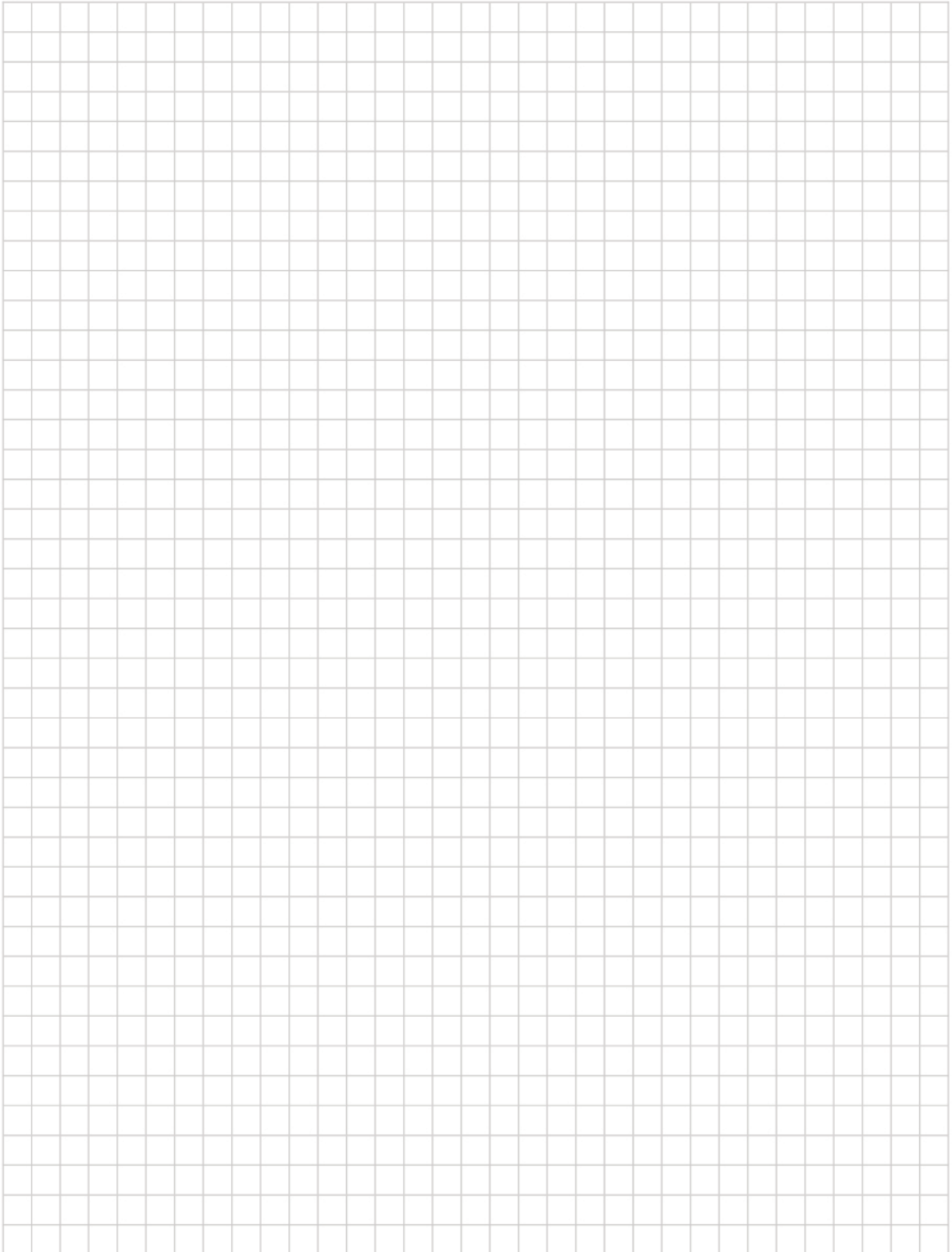
**Zadanie 10. (0-4)**

Rozwiąż równanie  $(4 \sin^2 x - 1) \cdot \sin x = \cos^2 x - 3 \sin^2 x$ , dla  $x \in (-\pi, 0)$ .



**Zadanie 11. (0–4)**

W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 15 i 20 wpisano okrąg. Oblicz długość odcinka łączącego wierzchołek kąta prostego tego trójkąta z punktem wspólnym okręgu i przeciwprostokątnej.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 12. (0–4)**

Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $|BC| = a$ . Z wierzchołka  $B$  poprowadzono środkową  $BD$  do boku  $AC$ . Punkt  $S$  jest środkiem odcinka  $BD$ . Przez punkty  $A$  i  $S$  poprowadzono prostą, która przecięła bok  $BC$  w punkcie  $P$ . Wykaż, że długość odcinka  $CP$  jest równa  $\frac{2}{3}a$ .



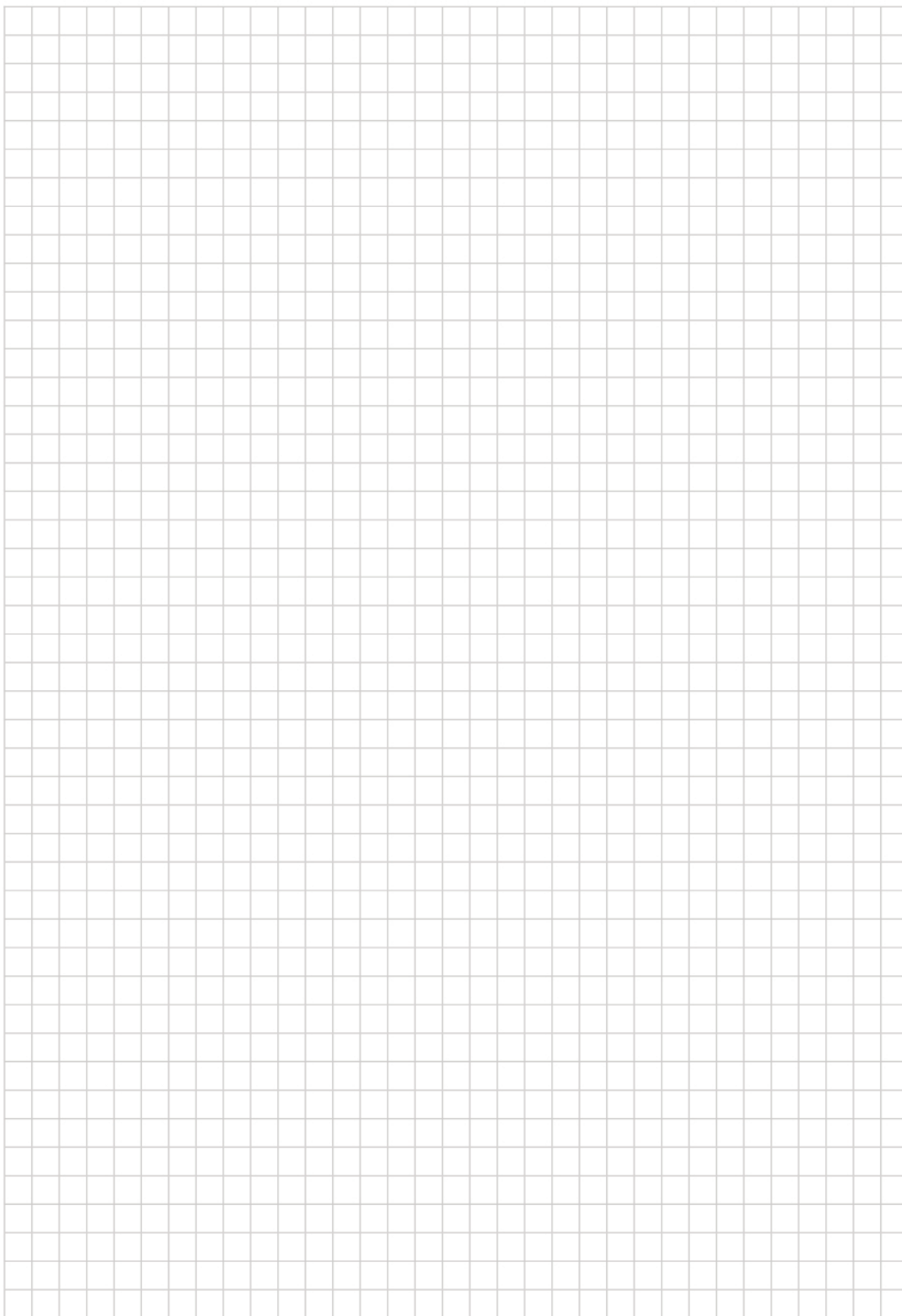


Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–5)**

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych parzystych, w których zapisie występują co najwyżej dwie dwójki.

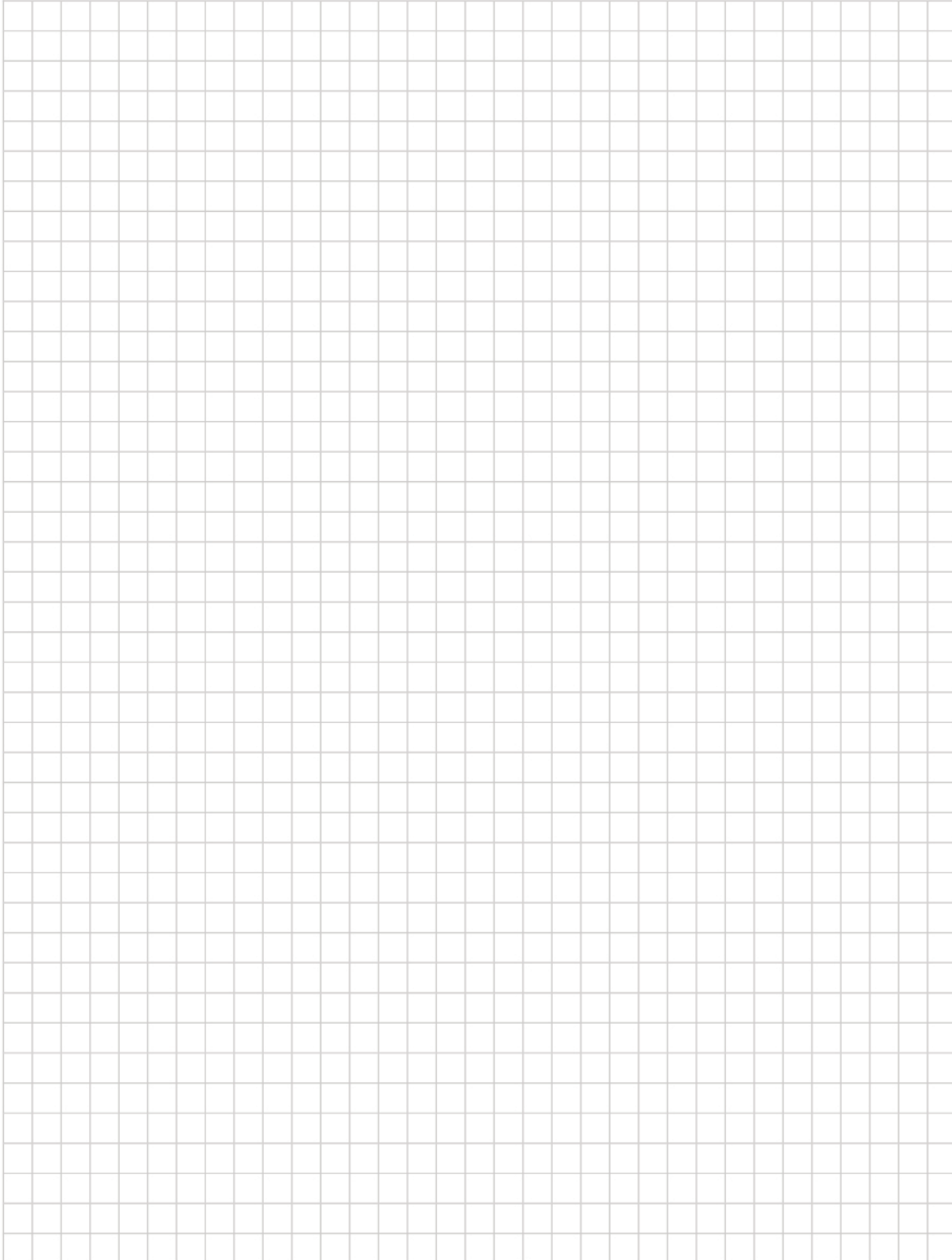




Odpowiedź: .....

**Zadanie 14. (0–5)**

Podstawą ostrosłupa  $ABCDS$  jest trapez  $ABCD$ . Przekątna  $AC$  tego trapezu ma długość  $8\sqrt{3}$ , jest prostopadła do ramienia  $BC$  i tworzy z dłuższą podstawą  $AB$  tego trapezu kąt o mierze  $30^\circ$ . Każda krawędź boczna tego ostrosłupa ma tę samą długość  $4\sqrt{5}$ . Oblicz odległość spodka wysokości tego ostrosłupa od jego krawędzi bocznej  $SD$ .



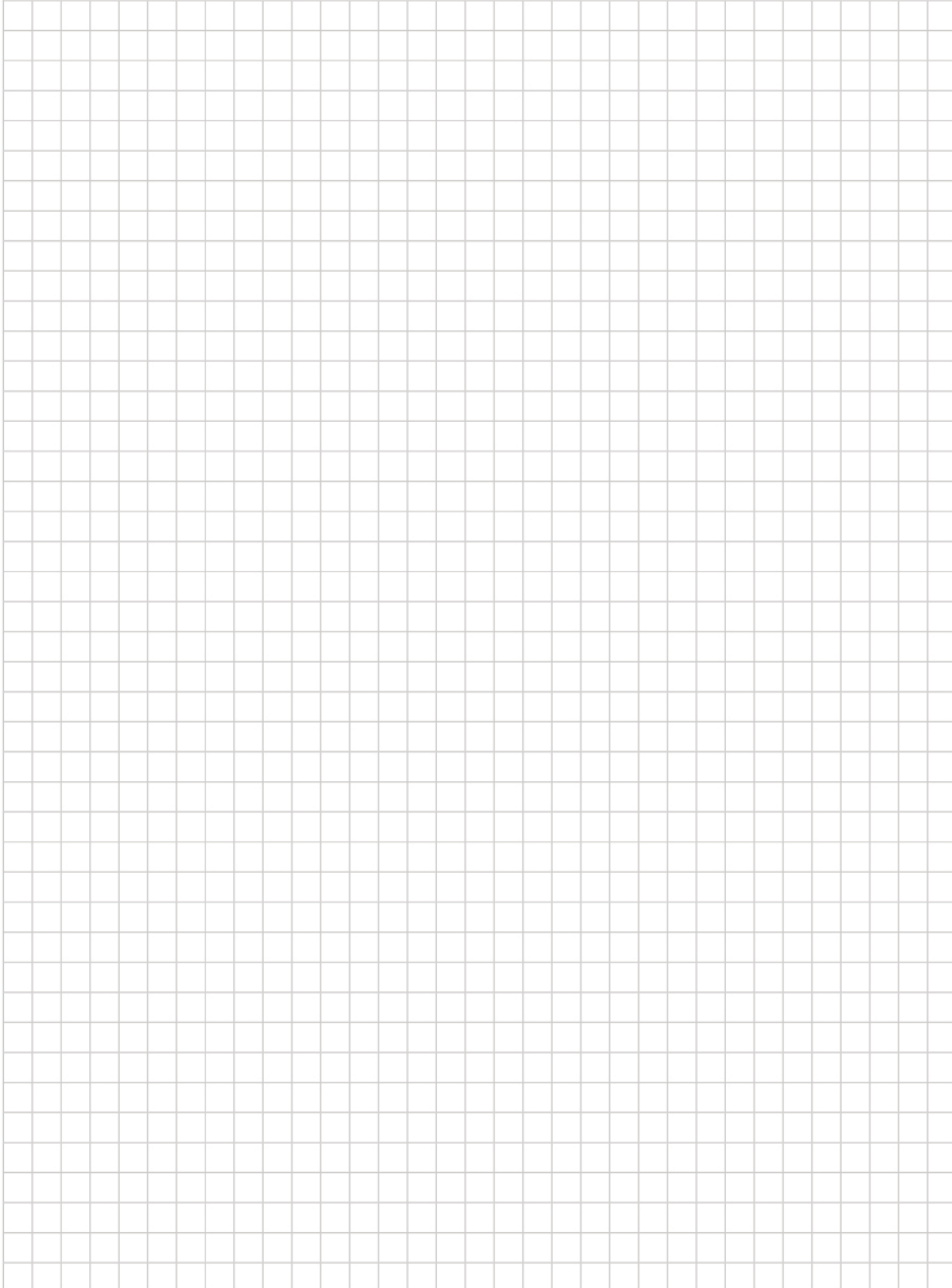




Odpowiedź: .....

**Zadanie 15. (0–6)**

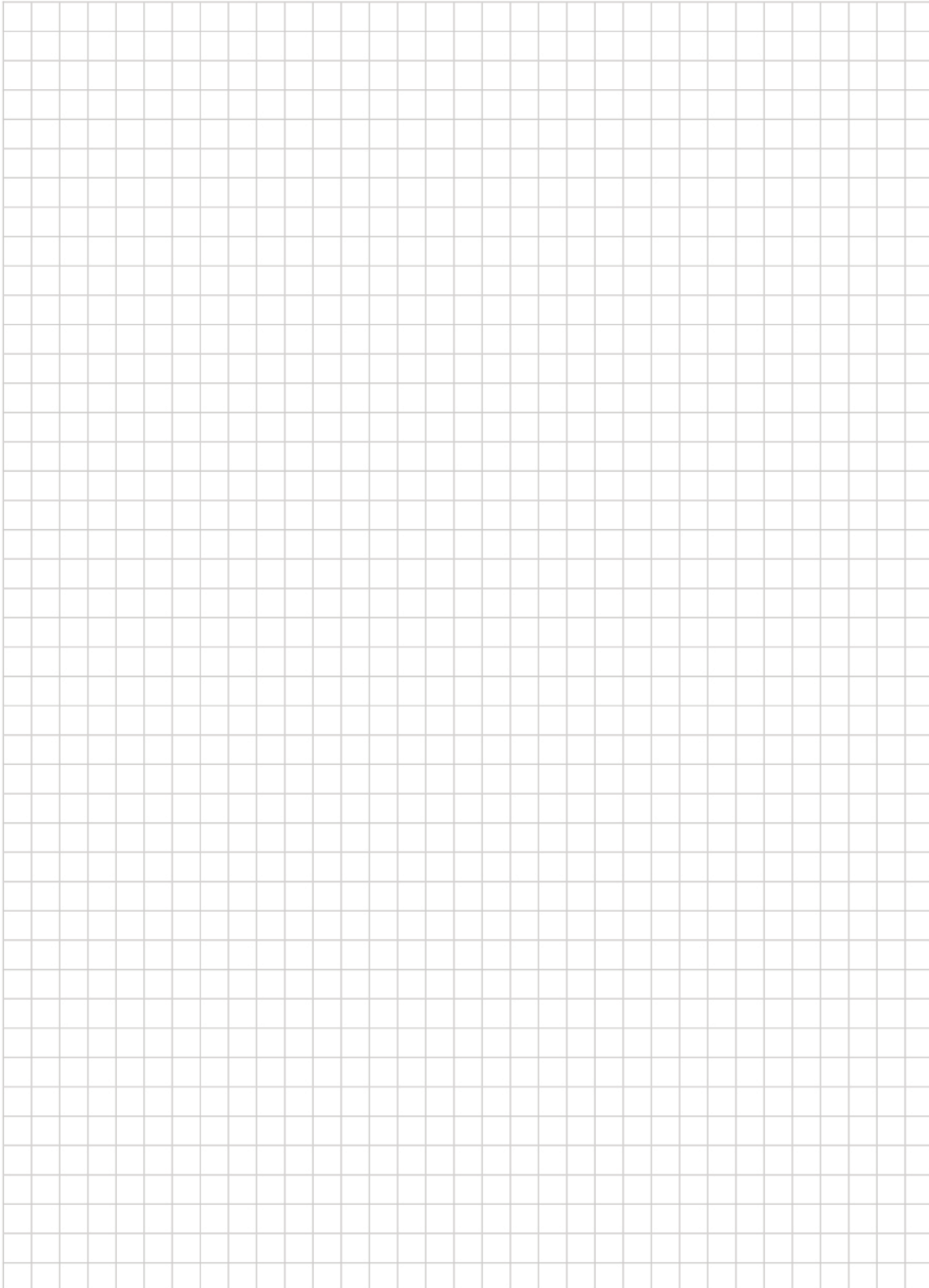
Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{m^2 + m - 6}{m - 5}x^2 - (m - 2)x + m - 5$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wyznacz całkowite wartości parametru  $m$ , dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartość największą i ma dwa różne miejsca zerowe o jednakowych znakach.





**Zadanie 16. (0–7)**

Rozpatrujemy wszystkie stożki, w których suma długości tworzącej i promienia podstawy jest równa 2. Wyznacz wysokość tego spośród rozpatrywanych stożków, którego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.





Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**