

Miejsce na identyfikację szkoły

**ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY  
Z OPERONEM  
MATEMATYKA  
POZIOM PODSTAWOWY**

**Czas pracy: 170 minut**

**LISTOPAD  
2014**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1.–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.

Kopiowanie w całości lub w fragmentach bez zgody wydawcy zabronione. Wydawca zezwala na kopiowanie zadań przez dyrektorów szkół biorących udział w programie Próbną Maturę z OPERONEM.

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Liczba  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1}$  jest równa liczbie:

- A.  $\sqrt{10} - \sqrt{5}$       B.  $\sqrt{10} + \sqrt{5}$       C.  $\sqrt{7} - \sqrt{5}$       D.  $\sqrt{7} + \sqrt{5}$

### Zadanie 2. (0–1)

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -2) \\ -\frac{1}{3}x + 1 & \text{dla } x \in (-2, 3) \\ 2x - 8 & \text{dla } x \in (3, +\infty) \end{cases}$ .

Miejscem zerowym tej funkcji jest:

- A.  $-1$       B.  $1$       C.  $3$       D.  $4$

### Zadanie 3. (0–1)

Liczba  $a = \frac{(2^3)^4}{2^{-5}}$  jest równa liczbie:

- A.  $2^2$       B.  $2^7$       C.  $2^{12}$       D.  $2^{17}$

### Zadanie 4. (0–1)

Jeśli cenę towaru obniżono najpierw o 10%, a potem o 15%, to znaczy, że po dwóch obniżkach cena końcowa jest obniżona w stosunku do początkowej o:

- A. 23,5%      B. 25%      C. 25,5%      D. 26%

### Zadanie 5. (0–1)

Jeżeli liczbę  $x = \frac{2}{3}$  przybliżymy z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, to błąd względny tego przybliżenia jest równy:

- A.  $\frac{1}{2}\%$       B.  $1\%$       C.  $\frac{1}{3}\%$       D.  $\frac{2}{3}\%$

### Zadanie 6. (0–1)

Jeśli do wykresu funkcji  $f(x) = \frac{a}{x}$  należy punkt  $A = \left(-\frac{1}{4}, 8\right)$ , to:

- A.  $a = -32$       B.  $a = -2$       C.  $a = 2$       D.  $a = 32$

### Zadanie 7. (0–1)

Prosta  $l$  ma równanie  $6x + 10y + 7 = 0$ . Współczynnik kierunkowy prostej  $k$  prostopadłej do prostej  $l$  jest równy:

- A.  $a = -\frac{1}{6}$       B.  $a = \frac{1}{6}$       C.  $a = -\frac{5}{3}$       D.  $a = \frac{5}{3}$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular grid for rough work, consisting of 30 columns and 30 rows of small squares. The grid is empty and occupies most of the page below the header.

**Zadanie 8. (0–1)**

Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$ . Suma częściowa tego ciągu wyraża się wzorem  $S_n = 5n^2 - 7n$ .

Drugi wyraz ciągu jest równy:

- A. 4                      B. 6                      C. 8                      D. 10

**Zadanie 9. (0–1)**

Liczba trzycyfrowych liczb naturalnych o różnych cyfrach jest równa:

- A.  $10 \cdot 9 \cdot 8$                       B.  $9 \cdot 9 \cdot 8$                       C.  $10 \cdot 10 \cdot 8$                       D.  $9 \cdot 8 \cdot 8$

**Zadanie 10. (0–1)**

Różnica między większym i mniejszym rozwiązaniem równania  $(x + 7)(x + 1) = 0$  jest równa:

- A.  $-8$                       B.  $-6$                       C.  $6$                       D.  $8$

**Zadanie 11. (0–1)**

Wyrażenie wymierne  $W = \frac{16x^2 - 25}{16x^2 + 40x + 25}$  po skróceniu przyjmuje postać:

- A.  $W = \frac{4x - 5}{4x + 5}$                       B.  $W = \frac{4x + 5}{4x - 5}$                       C.  $W = \frac{-25x}{40x + 25}$                       D.  $W = \frac{-1}{40x}$

**Zadanie 12. (0–1)**

Dziedziną funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x}$  jest zbiór:

- A.  $R \setminus \{-4\}$                       B.  $R \setminus \{4\}$                       C.  $R \setminus \{-4, 0\}$                       D.  $R \setminus \{0, 4\}$

**Zadanie 13. (0–1)**

Dana jest funkcja określona wzorem  $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ . Zbiorem wartości tej funkcji jest:

- A.  $(-9, +\infty)$                       B.  $(9, +\infty)$                       C.  $(-\infty, -9)$                       D.  $(-\infty, 9)$

**Zadanie 14. (0–1)**

Liczba rozwiązań rzeczywistych równania  $81 + x^3 = 0$  to:

- A. 3                      B. 2                      C. 1                      D. 0

**Zadanie 15. (0–1)**

Jeśli  $\alpha$  jest kątem rozwartym i  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ , to:

- A.  $\cos \alpha = \frac{13}{12}$                       B.  $\cos \alpha = -\frac{13}{12}$                       C.  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$                       D.  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$

**Zadanie 16. (0–1)**

Liczba przeciwna do liczby  $10^{\frac{5}{3}}$  to liczba:

- A.  $10^{-\frac{5}{3}}$                       B.  $10^{\frac{5}{3}}$                       C.  $-10^{-\frac{3}{5}}$                       D.  $-10^{-\frac{5}{3}}$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares. The grid is intended for rough work (brudnopis) during the exam.

**Zadanie 17. (0–1)**

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie równoległe wzdłuż osi  $OY$  wykresu funkcji  $f(x) = 3^x$  o 4 jednostki w dół, to:

- A.  $y = 3^x - 4$       B.  $y = 3^x + 4$       C.  $y = 3^{x-4}$       D.  $y = 3^{x+4}$

**Zadanie 18. (0–1)**

Rozwiązaniem nierówności  $(x - 5)^2 \leq 0$  jest:

- A. zbiór liczb rzeczywistych      B. zbiór pusty  
C. liczba  $-5$       D. liczba  $5$

**Zadanie 19. (0–1)**

Dany jest trójkąt prostokątny o kącie ostrym  $\alpha$ . Jeśli  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  i przeciwprostokątna ma długość 20, to dłuższa przyprostokątna ma długość:

- A. 10      B. 12      C. 16      D. 18

**Zadanie 20. (0–1)**

Wysokość trójkąta równobocznego jest o 4 krótsza od długości boku. Długość boku trójkąta jest równa:

- A.  $8(2 + \sqrt{3})$       B.  $8(2 - \sqrt{3})$       C.  $4\sqrt{3}$       D.  $8\sqrt{3}$

**Zadanie 21. (0–1)**

Pole trójkąta jest równe  $18\sqrt{3}$ , a kąt ma miarę  $60^\circ$ . Jeden z boków przyległych do tego kąta ma długość 12. Oznacza to, że drugi z boków przyległych do kąta  $60^\circ$  ma długość:

- A. 4      B. 6      C. 8      D. 10

**Zadanie 22. (0–1)**

Jeśli wszystkie krawędzie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego mają jednakowe długości, to ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod takim kątem  $\alpha$ , że:

- A.  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$       B.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$       D.  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

**Zadanie 23. (0–1)**

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o przekątnej długości 8. Objętość tego walca jest równa:

- A.  $216\pi\sqrt{2}$       B.  $128\pi\sqrt{2}$       C.  $64\pi\sqrt{2}$       D.  $32\pi\sqrt{2}$

**Zadanie 24. (0–1)**

Prosta  $l$  jest styczna do okręgu o środku  $S$  w punkcie  $A$ ,  $AC$  jest średnicą okręgu, a  $AB$  jest jego cięciwą. Kąt między prostą  $l$  i cięciwą  $AB$  jest równy  $52^\circ$ . Zatem kąt  $ACB$  ma miarę:

- A.  $42^\circ$       B.  $48^\circ$       C.  $52^\circ$       D.  $58^\circ$

**Zadanie 25. (0–1)**

Rzucono dwa razy kostką sześcienną do gry. Prawdopodobieństwo tego, że suma wyrzuconych oczek jest równa 6, jest równe:

- A.  $\frac{3}{36}$       B.  $\frac{4}{36}$       C.  $\frac{5}{36}$       D.  $\frac{6}{36}$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

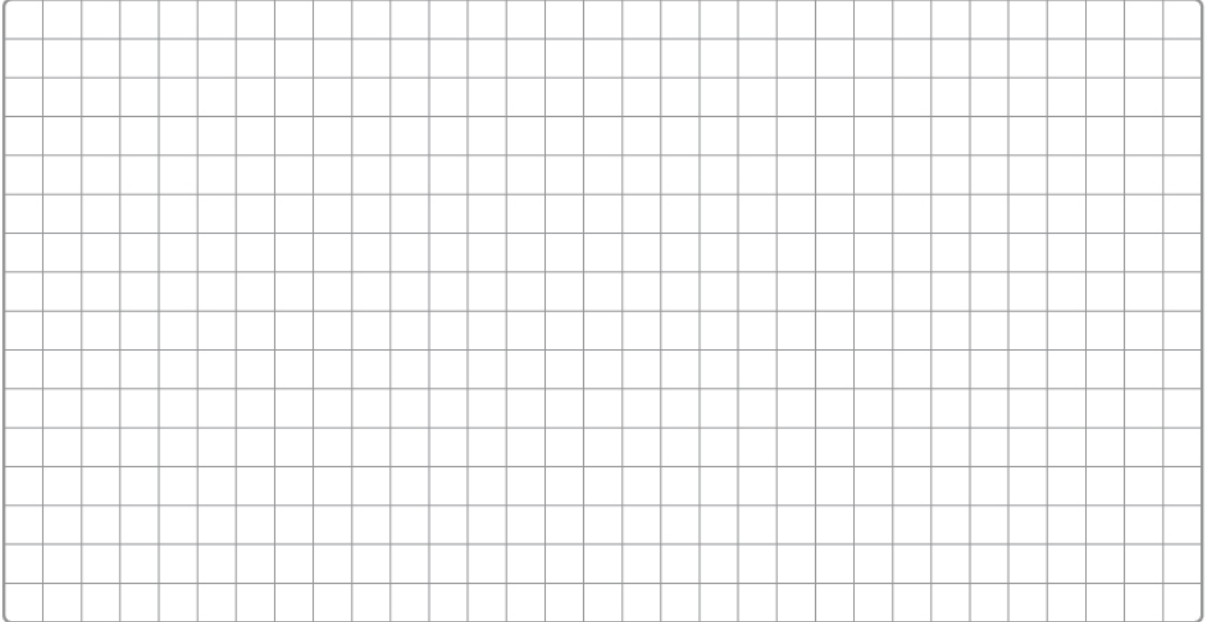
A large rectangular grid for rough work, consisting of 30 columns and 30 rows of small squares. The grid is empty and occupies most of the page.

**ZADANIA OTWARTE**

Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

**Zadanie 26. (0–2)**

Rozwiąż nierówność  $-5x^2 + 10x > 0$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 27. (0–2)**

Rozwiąż równanie  $\frac{5x+6}{x} = x$ .

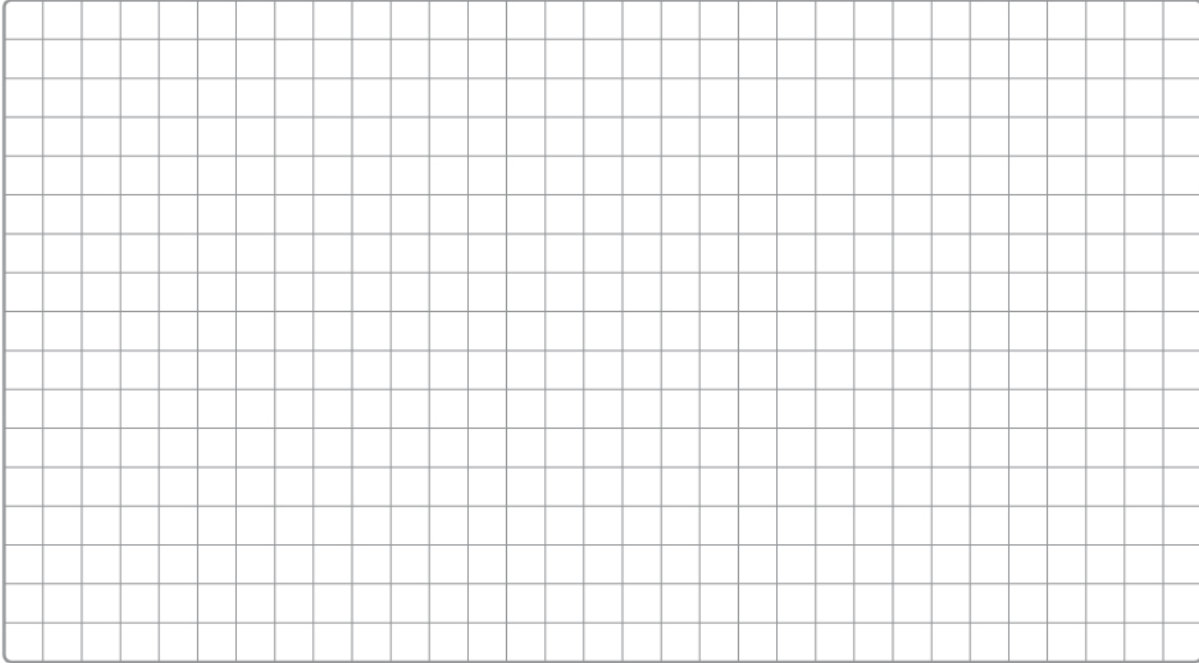


Odpowiedź: .....



**Zadanie 28. (0–2)**

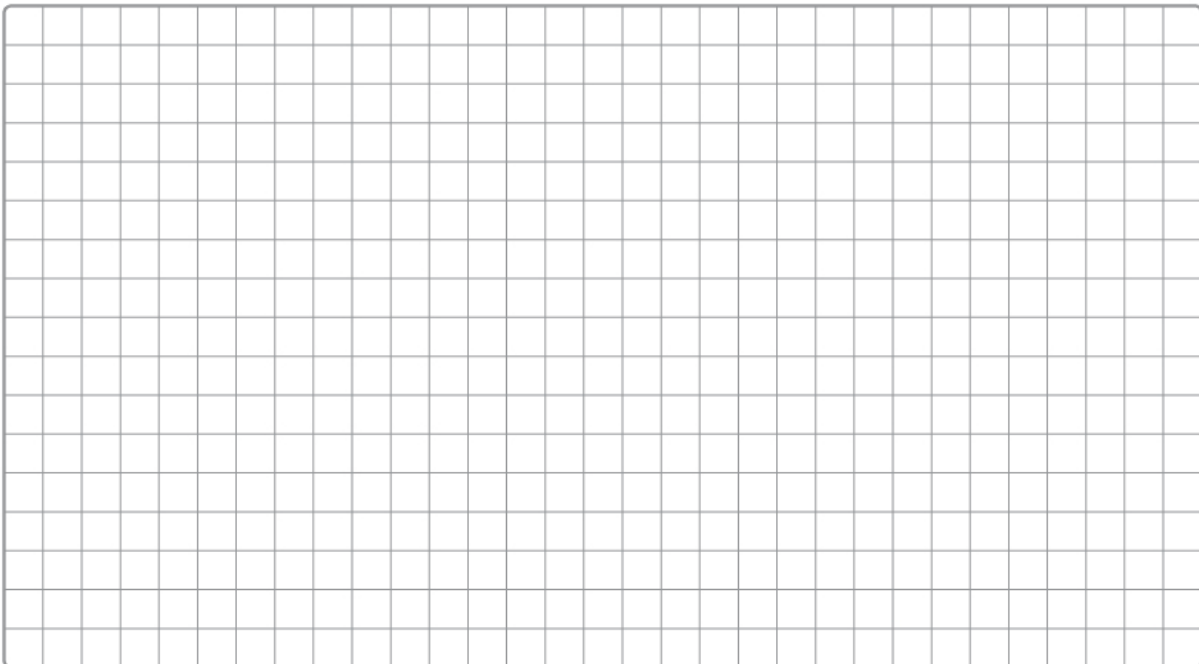
Dany jest odcinek  $AB$  o środku  $S = (7, 2)$ . Wyznacz współrzędne punktu  $A$ , wiedząc, że  $B = (-3, 11)$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 29. (0–2)**

W ciągu geometrycznym trzeci wyraz jest równy  $\frac{32}{3}$ , a drugi wyraz jest równy 16. Wyznacz pierwszy wyraz i iloraz tego ciągu.

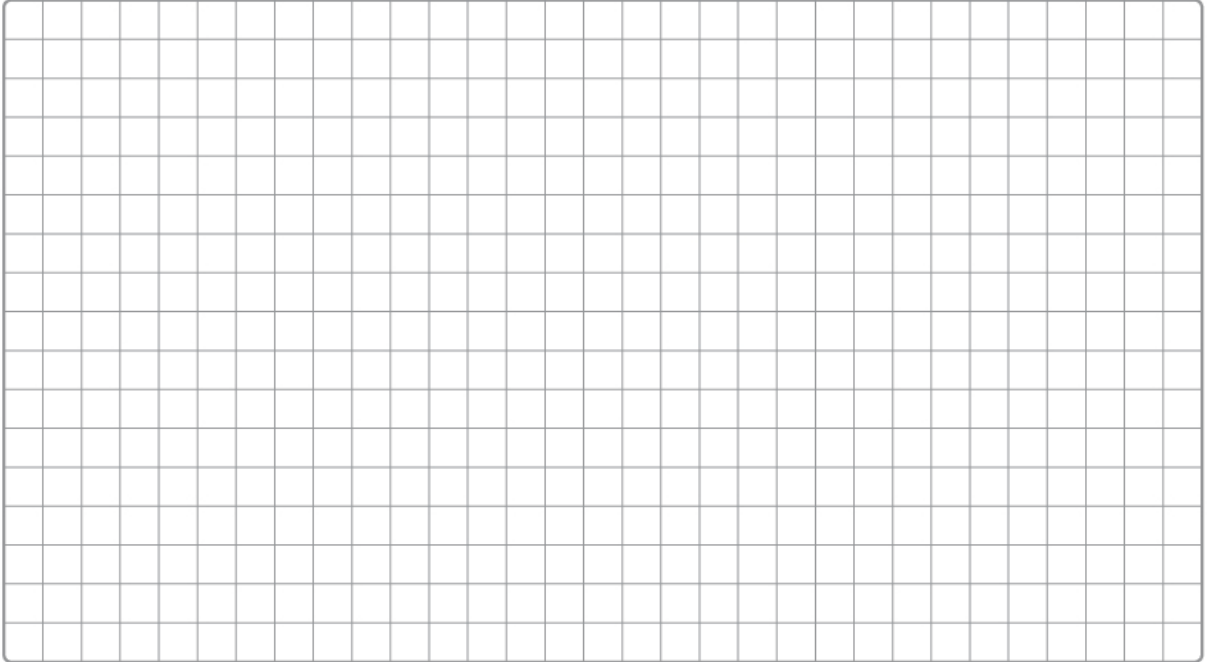


Odpowiedź: .....

**Zadanie 30. (0–2)**

Sprawdź, że dla każdego kąta ostrego  $\alpha$  prawdziwa jest tożsamość:

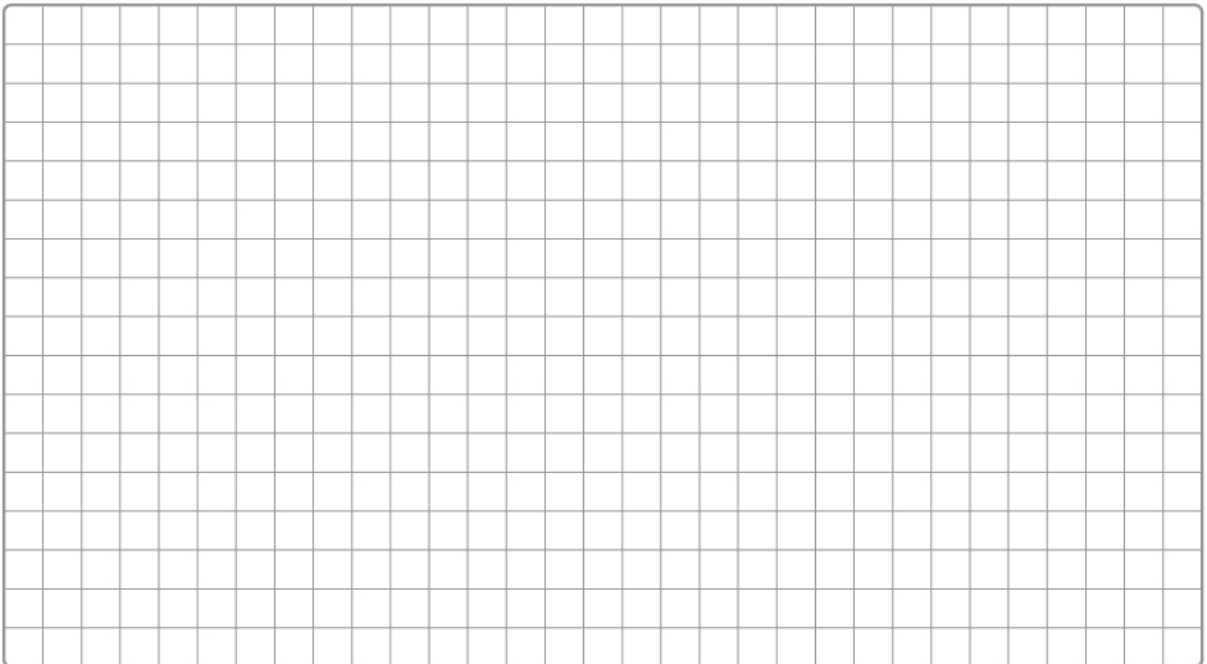
$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2.$$



Odpowiedź: .....

**Zadanie 31. (0–2)**

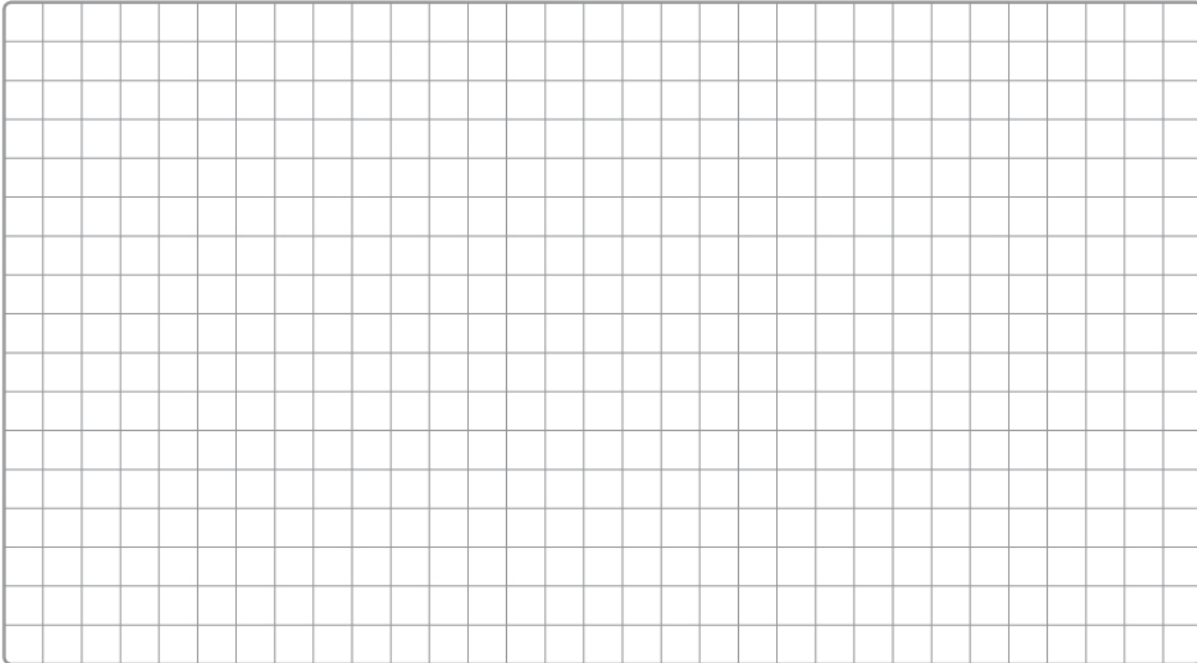
Wykaż, że prawdziwe jest równanie  $(11 - \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} + (11 + \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{42}$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 32. (0–4)**

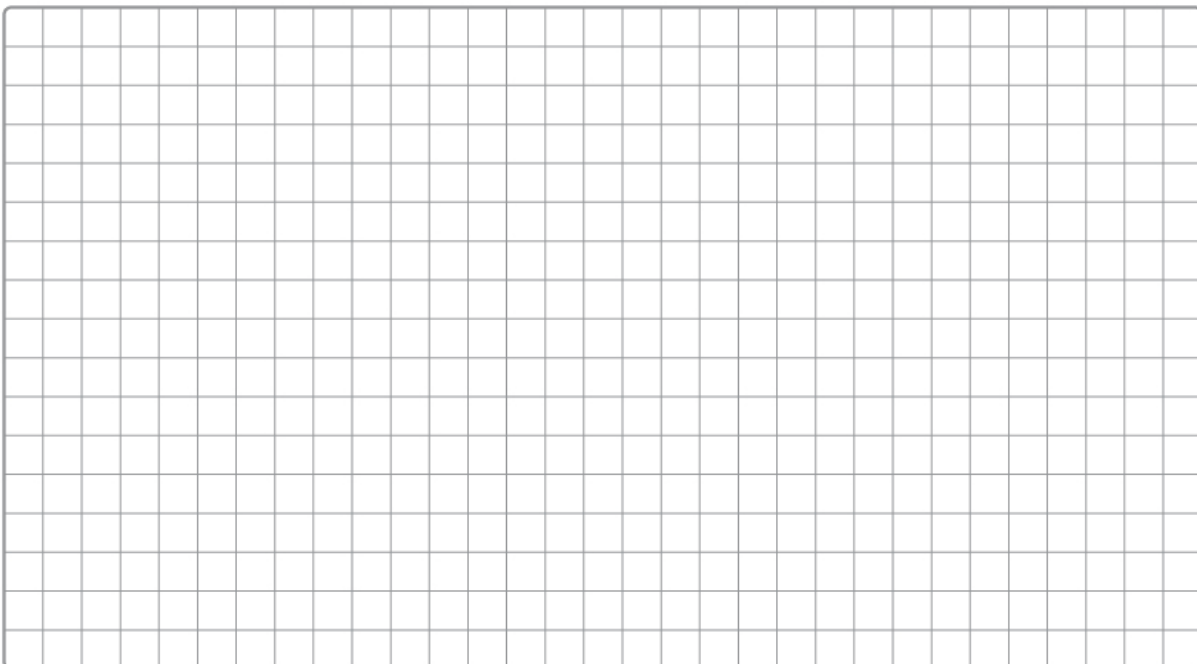
Trójmian kwadratowy  $y = ax^2 + bx + c$  osiąga najmniejszą wartość równą  $-1$  dla argumentu  $\frac{3}{2}$ . Do wykresu trójmianu należy punkt  $A = (3, 8)$ . Wyznacz współczynniki  $a, b, c$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 33. (0–4)**

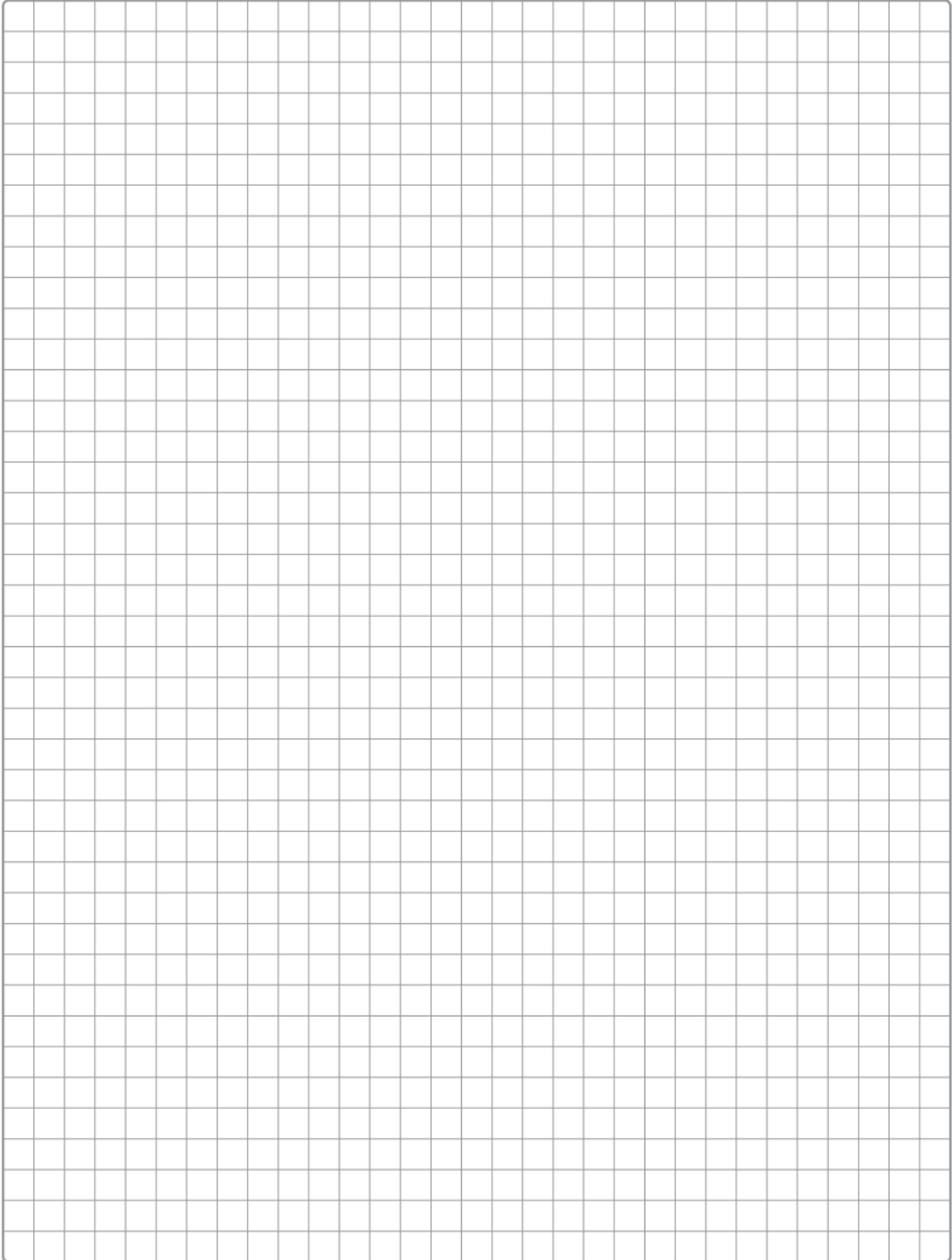
Pole prostokąta jest równe 228. Jeśli długość jednego boku zmniejszymy o 5, a długość drugiego boku zwiększymy o 2, to otrzymamy kwadrat. Wyznacz długości boków prostokąta.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 34. (0–5)**

Dany jest stożek, którego przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym. Objętość stożka jest równa  $V = 18\pi\sqrt{2}$ . Wyznacz pole powierzchni całkowitej stożka.



Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares. The grid is intended for rough work (brudnopis) during the exam.