Próbny Egzamin Gimnazjalny z OPERONEM
Część matematyczno-przyrodnicza

Matematyka
Klucz punktowania

Grudzień 2014

Zadania wyboru wielokrotnego

Numer zadania	2.	6.	7.	8.
Poprawna odpowiedź	D	B	A	D

Zasady przyznawania punktów:
1 pkt – każda poprawna odpowiedź
0 pkt – błędna odpowiedź lub brak odpowiedzi

Pozostałe zadania

UWAGA:
Za każde poprawne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przedstawione, przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
Jeśli uczeń na dowolnym etapie rozwiązywania zadania popełnił jeden lub więcej błędów rachunkowych, jednak zastosowane metody były poprawne, wówczas ocenę całego rozwiązania obniża się o 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Liczba punktów	Zasady przyznawania punktów
1.	1.1. P 1.2. P 1.3. F	0–3	3 pkt – trzy poprawne odpowiedzi 2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi 1 pkt – jedna poprawna odpowiedź 0 pkt – brak odpowiedzi
3.	NC	0–1	1 pkt – dwa poprawne dopasowania 0 pkt – jedno poprawne dopasowanie lub brak poprawnych dopasowań
4.	A. 2^3 lub $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ lub 8 B. 2^{-2} ; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$	0–2	2 pkt – trzy poprawne odpowiedzi 1 pkt – dwie lub jedna poprawna odpowiedź 0 pkt – brak odpowiedzi
5.	FP	0–1	1 pkt – dwie poprawne odpowiedzi 0 pkt – jedna poprawna odpowiedź lub brak odpowiedzi
9.	FP	0–1	1 pkt – dwie poprawne odpowiedzi 0 pkt – jedna poprawna odpowiedź lub brak odpowiedzi
10.	10.1. B 10.2. D 10.3. F	0–3	3 pkt – trzy poprawne dopasowania 2 pkt – dwa poprawne dopasowania 1 pkt – jedno poprawne dopasowanie 0 pkt – brak dopasowań lub błędne dopasowania

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th>Poprawna odpowiedź</th><th>Liczba punktów</th><th>Zasady przyznawania punktów</th></tr>
<tr><td>11.</td><td>Propozycja rozwiązania:
Dane:
$a = 360 \text{ mm} = 36 \text{ cm}$
$b = 250 \text{ mm} = 25 \text{ cm}$
$c = 120 \text{ mm} = 12 \text{ cm}$
$r = 3 \text{ cm}$
Szukane:
l – liczba gałek lodów z jednego pojemnika
$V_p = 36 \cdot 25 \cdot 12$
$V_p = 10800 \text{ cm}^3$
$V_l = 0,95 \cdot 10800$
$V_l = 10260 \text{ cm}^3$
$V_g = \frac{4}{3}\pi r^3$
$V_g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3$
$V_g \approx \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 27$
$V_g \approx 108 \text{ cm}^3$
$l = \frac{10260 \text{ cm}^3}{108 \text{ cm}^3} = 95$
Odpowiedź: Cukiernik z jednego pojemnika lodów utworzy około 95 gałek.</td><td>0–4</td><td>4 pkt – pełne rozwiązanie – obliczenie objętości pojemnika na lody, objętości lodów w pojemniku, objętości jednej gałki oraz ilorazu tych wielkości
3 pkt – poprawne wyznaczenie objętości lodów i jednej gałki lodów, ale błędny sposób wyznaczenia liczby gałek
2 pkt – brak obliczenia objętości lodów w pojemniku, poprawne wyznaczenie objętości pojemnika i jednej gałki lodów, ale błędny sposób wyznaczenia liczby gałek (na podstawie ilorazu objętości pojemnika i gałki lodów)
lub
obliczenie tylko objętości lodów w pojemniku i objętości gałki lodów
1 pkt – wykonanie <u>tylko</u> jednego etapu rozwiązania zadania: obliczenie objętości pojemnika na lody
lub
obliczenie objętości jednej gałki lodów
0 pkt – rozwiązanie błędne (przypadkowe działania i niepoprawne obliczenia, np. z błędnymi jednostkami) lub brak rozwiązania</td></tr>
<tr><td>12.</td><td>Propozycja rozwiązania:
$2,50 \text{ zł} \cdot 1500 = 3750 \text{ zł}$
$100\% - (50\% + 10\% + 5\% + 8\%) =$
$= 100\% - 73\% = 27\%$
27% z $3750 \text{ zł} = 1012,50 \text{ zł} \approx 1013 \text{ zł}$
Odpowiedź: Zysk producenta lodów wynosi około 1013 zł.</td><td>0–3</td><td>3 pkt – pełne rozwiązanie – obliczenie ceny 1500 gałek, udziału procentowego w zysku producenta oraz przybliżonego zysku producenta ze sprzedaży 1500 gałek lodów
2 pkt – poprawne wyznaczenie zysku producenta, ale bez przybliżania wyniku
lub
wyznaczenie przybliżonego zysku producenta z jednej gałki lodów
1 pkt – wykonanie <u>tylko</u> jednego etapu rozwiązania zadania: obliczenie kosztu 1500 gałek
lub
obliczenie udziału procentowego w zysku producenta
0 pkt – rozwiązanie błędne (przypadkowe działania i niepoprawne obliczenia) lub brak rozwiązania</td></tr>
</table>

Numer zadania	**Poprawna odpowiedź**	**Liczba punktów**	**Zasady przyznawania punktów**
13.	A. –1 lub $x=-1$ lub $x_o=-1$ (wynik $(-1,0)$ nie jest dopuszczalny) B. od –1 lub $x>-1$ (wynik $x\geq -1$ nie jest dopuszczalny) C. 2 lub $y=2$ (wynik (0,2) nie jest dopuszczalny)	0–3	3 pkt – trzy poprawne odpowiedzi (tj. w punktach A, B i C) 2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi 1 pkt – jedna poprawna odpowiedź 0 pkt – brak odpowiedzi lub błędne odpowiedzi
14.	Propozycja rozwiązania: Wyznaczenie długości odcinka *DE* z tw. Pitagorasa: $\left\|DE\right\|^2=10^2-6^2$ $\left\|DE\right\|^2=100-36$ $\left\|DE\right\|^2=64$ $\left\|DE\right\|=8\left[j\right]$ Obliczenie długości odcinka *AB:* $\left\|AB\right\|=2\left\|DE\right\|$ $\left\|AB\right\|=16\left[j\right]$ Obliczenie pola trójkąta *ABE*: $P=\frac{\left\|AB\right\|\cdot\left\|DA\right\|}{2}$ $P=\frac{16\cdot 6}{2}$ $P=48\left[j^2\right]$ Odpowiedź: Pole trójkąta *ABE* wynosi 48 [j^2].	0–2	2 pkt – pełne rozwiązanie – obliczenie pola trójkąta *ABE* 1 pkt – poprawne wyznaczenie długości odcinka *DE* oraz *AB*, ale błędne wyznaczenie pola trójkąta *ABE* 0 pkt – rozwiązanie błędne (przypadkowe działania i niepoprawne obliczenia) lub brak rozwiązania
15.	Propozycja rozwiązania: Obliczenie pola trójkąta *ABC* ze wzoru na pole trójkąta równobocznego (trójkąt *ABC* stanowi połowę trójkąta równobocznego): $P_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{6^2\cdot\sqrt{3}}{4}$ $P_{\triangle ABC}=\frac{36\sqrt{3}}{8}$ $P_{\triangle ABC}=4{,}5\sqrt{3}\left[j^2\right]$ Wyznaczenie kątów w trójkącie *ABD* oraz obliczenie długości odcinka *BD* $\left\|\angle ABD\right\|=30°$ $\left\|\angle ADB\right\|=60°$ $\left\|\angle DAB\right\|=90°$ Niech $\left\|BD\right\|=2b$, wówczas $\left\|AD\right\|=b$ Wiadomo, że $\left\|AB\right\|=3$, zatem z własności trójkąta równobocznego (trójkąt *ABD* stanowi połowę trójkąta równobocznego) [można również skorzystać w tw. Pitagorasa: $(2b)^2=3^2+b^2$]	0–3	3 pkt – pełne rozwiązanie – obliczenie stosunku pól trójkątów (trójkątów podobnych) 2 pkt – poprawne wyznaczenie pól trójkątów *ABC* i *ABD*, ale błędny sposób wyznaczenia stosunku pól lub zauważenie, że trójkąty *ABC* i *ABD* są podobne oraz wyznaczenie skali podobieństwa *k* lub zauważenie, że trójkąty *ABC* i *ABD* mają jednakową podstawę *AB*, wysokość $\left\|AD\right\|=\frac{1}{3}\left\|AD\right\|$, (lub poprawne zapisanie wzorów na pola obu trójkątów z uwzględnieniem, że $\left\|AD\right\|=\frac{1}{3}\left\|AC\right\|$), ale brak dalszych obliczeń lub wniosku prowadzącego do udowodnienia tezy

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Liczba punktów	Zasady przyznawania punktów
	$\|AB\| = b\sqrt{3}$, czyli $b\sqrt{3} = 3$ $b = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}\,[j]$ $\|BD\| = 2b = 2\sqrt{3}\,[j]$ Obliczenie pola trójkąta *ABD* ze wzoru na pole trójkąta równobocznego (trójkąt *ABD* stanowi połowę trójkąta równobocznego): $P_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ $P_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{4}$ $P_{\Delta ABD} = \frac{12\sqrt{3}}{8}$ $P_{\Delta ABD} = 1{,}5\sqrt{3}\,[j^2]$ Wyznaczenie stosunku pola trójkąta *ABC* do pola trójkąta *ABD*: $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta ABD}} = \frac{4{,}5\sqrt{3}\,[j^2]}{1{,}5\sqrt{3}\,[j^2]}$ $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta ABD}} = 3$ Lub inny sposób wyznaczenia stosunku pól trójkątów – z własności podobieństwa trójkątów *ABC* i *ABD*. Trójkąty *ABC* i *ABD* są podobne w skali *k* równej $k = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ co oznacza, że $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta ABD}} = k^2 = 3$ Lub inny sposób wyznaczenia stosunku pól trójkątów (bez konieczności wykorzystania długości boku *BC*) Trójkąty *ABC* i *ABD* mają jednakową podstawę *AB*, a wysokość $\|AD\| = \frac{1}{3}\|AC\|$, zatem pole trójkąta *ABC* jest trzy razy większe od pola trójkąta *ABD*: $P_{\Delta ABC} = \frac{\|AB\| \cdot \|AC\|}{2}$ $P_{\Delta ABD} = \frac{\|AB\| \cdot \|AD\|}{2} = \frac{\|AB\| \cdot \frac{1}{3}\|AC\|}{2}$ $P_{\Delta ABD} = \frac{\|AB\| \cdot \|AC\|}{6}$ $\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta ABD}} = \frac{\|AB\| \cdot \|AC\|}{2} \cdot \frac{6}{\|AB\| \cdot \|AC\|} = 3$ b.d.d.u.		1 pkt – poprawne wyznaczenie pola trójkąta *ABC* oraz długości odcinka *BD* lub *AB* 0 pkt – rozwiązanie błędne (przypadkowe działania i niepoprawne obliczenia) lub brak rozwiązania