

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD  
2012

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1.–32.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–23.) zaznacz poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (24.–32.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 23. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (1 pkt)

Wartość liczby  $a = 16\sqrt[3]{4}$  jest równa wartości liczby:

- A.  $2^{\frac{4}{3}}$                       B.  $2^{\frac{7}{3}}$                       C.  $2^{\frac{5}{3}}$                       D.  $2^{\frac{14}{3}}$

### Zadanie 2. (1 pkt)

Miejscem zerowym funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -4) \\ 5x + 10 & \text{dla } x \in (-4, 2) \\ x + 4 & \text{dla } x \in (2, +\infty) \end{cases}$  jest:

- A.  $-4$                       B.  $-2$                       C.  $-1$                       D.  $1$

### Zadanie 3. (1 pkt)

Funkcja  $f$ , określona wzorem  $f(x) = x^2 - 3x - 4$ , przyjmuje wartości ujemne jedynie w przedziale:

- A.  $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$                       B.  $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$                       C.  $(-1, 4)$                       D.  $(-4, 1)$

### Zadanie 4. (1 pkt)

Wartość liczby  $25^{\log_5 2}$  jest równa:

- A.  $2$                       B.  $4$                       C.  $5$                       D.  $2^5$

### Zadanie 5. (1 pkt)

Dany jest ciąg  $(a_n)$  o wyrazie ogólnym  $a_n = -n^2 + 16$  dla  $n \geq 1$ . Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa:

- A.  $3$                       B.  $4$                       C.  $5$                       D.  $7$

### Zadanie 6. (1 pkt)

Kwotę 10000 zł wpłacamy do banku na 4 lata. Kapitalizacja odsetek jest dokonywana w tym banku co kwartał, a roczna stopa procentowa wynosi 3%. Po 4 latach kwotę na rachunku będzie można opisać wzorem:

- A.  $10000 \cdot (1,0075)^4$                       B.  $10000 \cdot (1,03)^4$                       C.  $10000 \cdot (1,03)^{16}$                       D.  $10000 \cdot (1,0075)^{16}$

### Zadanie 7. (1 pkt)

Dane liczby:  $x = \frac{3}{\sqrt{5}-2}$ ,  $y = \frac{12}{\sqrt{5}-1} + 1$ ,  $z = 3\sqrt{5} + 2$  tworzą rosnący ciąg arytmetyczny w kolejności:

- A.  $z, y, x$                       B.  $y, x, z$                       C.  $x, y, z$                       D.  $z, x, y$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for rough work.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

**Zadanie 8. (1 pkt)**

Suma  $2n$  początkowych liczb naturalnych dodatnich parzystych jest równa:

A.  $S_{2n} = 8n^2 + 4n$       B.  $S_{2n} = 4n^2 + 2n$       C.  $S_{2n} = 4n^2 + n$       D.  $S_{2n} = 2n^2 + 2n$

**Zadanie 9. (1 pkt)**

W trójkącie równoramiennym wysokość jest dwa razy dłuższa od podstawy. Wynika stąd, że sinus kąta przy podstawie wynosi:

A.  $\frac{\sqrt{17}}{17}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{4\sqrt{17}}{17}$       D.  $\frac{1}{17}$

**Zadanie 10. (1 pkt)**

Dziedziną funkcji  $f$ , określonej wzorem  $f(x) = \frac{x-5}{x^2+4}$ , jest zbiór:

A.  $\mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$       B.  $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$       C.  $\mathbb{R}$       D.  $\mathbb{R} \setminus \{5\}$

**Zadanie 11. (1 pkt)**

Liczbą przeciwną do liczby  $a = 5^{\frac{2}{3}}$  jest:

A.  $5^2$       B.  $-5^{\frac{3}{2}}$       C.  $5^{\frac{2}{3}}$       D.  $-5^{\frac{2}{3}}$

**Zadanie 12. (1 pkt)**

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie wykresu funkcji  $f$  o 10 jednostek w dół, to:

A.  $y = f(x+10)$       B.  $y = f(x)+10$       C.  $y = f(x-10)$       D.  $y = f(x)-10$

**Zadanie 13. (1 pkt)**

Rzucono sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo, że wyrzucona liczba oczek jest liczbą pierwszą, wynosi:

A.  $\frac{4}{6}$       B.  $\frac{3}{6}$       C.  $\frac{2}{6}$       D.  $\frac{1}{6}$

**Zadanie 14. (1 pkt)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry i  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{5}$ . Wówczas  $\cos \alpha$  jest równy:

A.  $\frac{5}{12}$       B.  $\frac{5}{13}$       C.  $\frac{10}{13}$       D.  $\frac{12}{13}$

**Zadanie 15. (1 pkt)**

Wielomian  $W = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$  po rozłożeniu na czynniki ma postać wyrażenia:

A.  $x^2(x-2)$       B.  $x^2(x-4)$       C.  $(x+2)(x-2)^2$       D.  $(x-2)(x+2)^2$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for rough work.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

**Zadanie 16. (1 pkt)**

Zbiór  $(-\infty, -8) \cup (-4, +\infty)$  jest rozwiązaniem nierówności:

- A.  $|x-6| \leq 2$       B.  $|x-6| \geq 2$       C.  $|x+6| \leq 2$       D.  $|x+6| \geq 2$

**Zadanie 17. (1 pkt)**

Funkcja  $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$  jest malejąca w przedziale:

- A.  $(2, +\infty)$       B.  $(-\infty, 2)$       C.  $(-\infty, 1)$       D.  $(1, +\infty)$

**Zadanie 18. (1 pkt)**

Proste  $l$  i  $k$  są prostopadłe i  $l: 2x - 9y + 6 = 0$ ,  $k: y = ax + b$ . Wówczas:

- A.  $a = -\frac{2}{9}$       B.  $a = \frac{2}{9}$       C.  $a = -\frac{9}{2}$       D.  $a = \frac{9}{2}$

**Zadanie 19. (1 pkt)**

Iloraz ciągu geometrycznego o wyrazie ogólnym  $a_n = 2 \cdot 7^n$  jest równy:

- A.  $q = 2$       B.  $q = 7$       C.  $q = 9$       D.  $q = 28$

**Zadanie 20. (1 pkt)**

Równanie  $(x+6)^2 + y^2 = 4$  opisuje okrąg o środku w punkcie  $S$  i promieniu  $r$ . Wówczas:

- A.  $S = (-6, 0), r = 4$       B.  $S = (6, 0), r = 4$       C.  $S = (6, 0), r = 2$       D.  $S = (-6, 0), r = 2$

**Zadanie 21. (1 pkt)**

Długość promienia  $r$  okręgu opisanego na kwadracie jest równa  $2\sqrt{3}$ . Długość boku tego kwadratu ma wartość:

- A.  $4\sqrt{3}$       B.  $2\sqrt{6}$       C.  $4\sqrt{6}$       D.  $2\sqrt{5}$

**Zadanie 22. (1 pkt)**

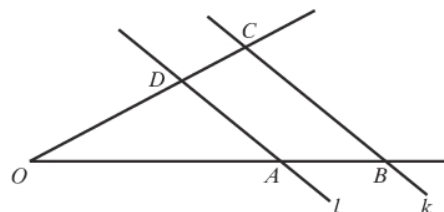
W turnieju szachowym, rozgrywanym systemem każdy z każdym, bez rewanżu, miało brać udział 8 zawodników. Jeden z nich zrezygnował. Liczba zaplanowanych rozgrywek zmniejszyła się o:

- A. 1      B. 14      C. 7      D. 8

**Zadanie 23. (1 pkt)**

Proste  $l$  i  $k$  są równoległe oraz  $|OA| = 6$ ,  $|AB| = 10$ ,  $|OC| = 48$ . Odcinek  $OD$  ma długość:

- A. 12      B. 18      C.  $\frac{18}{5}$       D.  $\frac{144}{5}$



**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for rough work.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

## ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 24. do 32. należy zapisać  
w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

### Zadanie 24. (2 pkt)

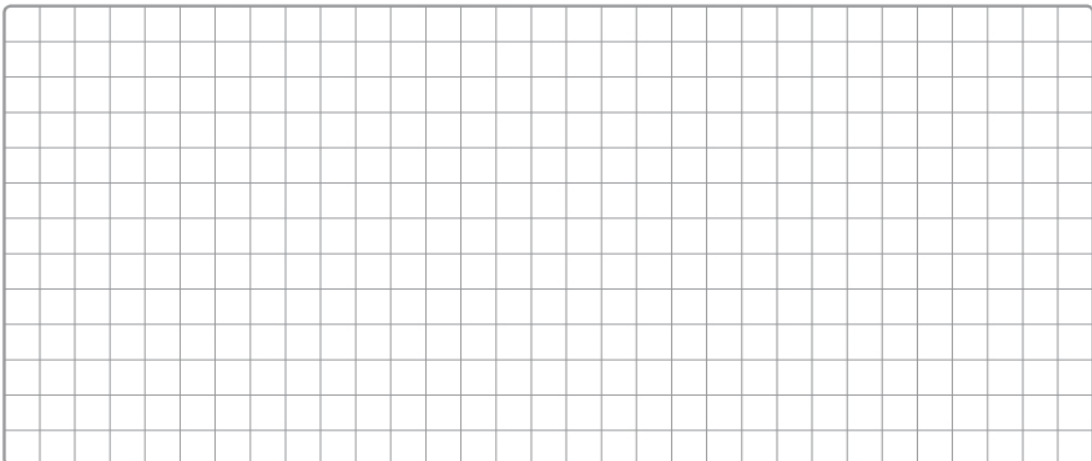
W ciągu arytmetycznym  $(a_n)$  drugi wyraz jest równy 7, a szósty 17. Wyznacz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.



Odpowiedź: .....

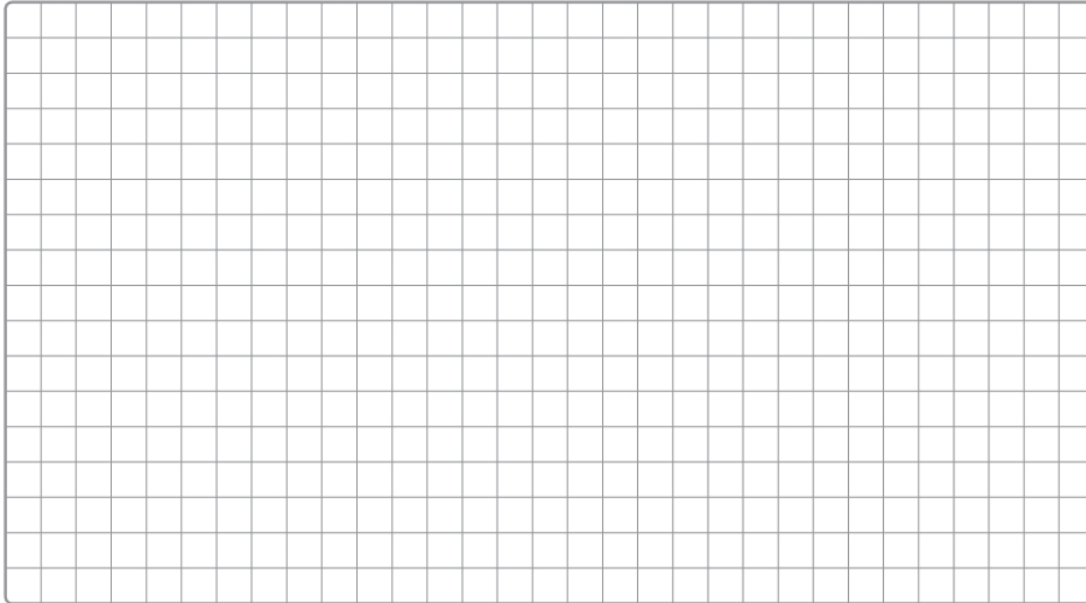
### Zadanie 25. (2 pkt)

Średni wzrost sportowców w drużynie siatkarskiej, liczącej 6 chłopców, wynosił 174 cm. Po przyjęciu do zespołu dwóch braci o tej samej wysokości średnia wzrostu zwiększyła się o 0,5 cm. Oblicz, jak wysocy są bracia.

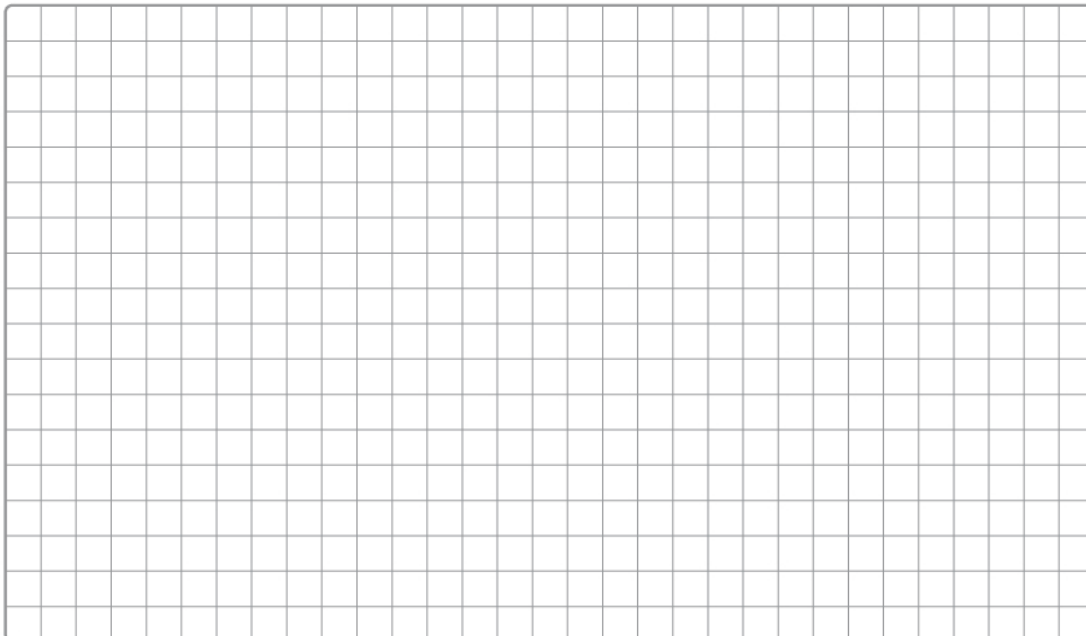


Odpowiedź: .....



**Zadanie 26. (2 pkt)**Rozwiąż równanie  $2x^3 + 8x^2 - 3x - 12 = 0$ .

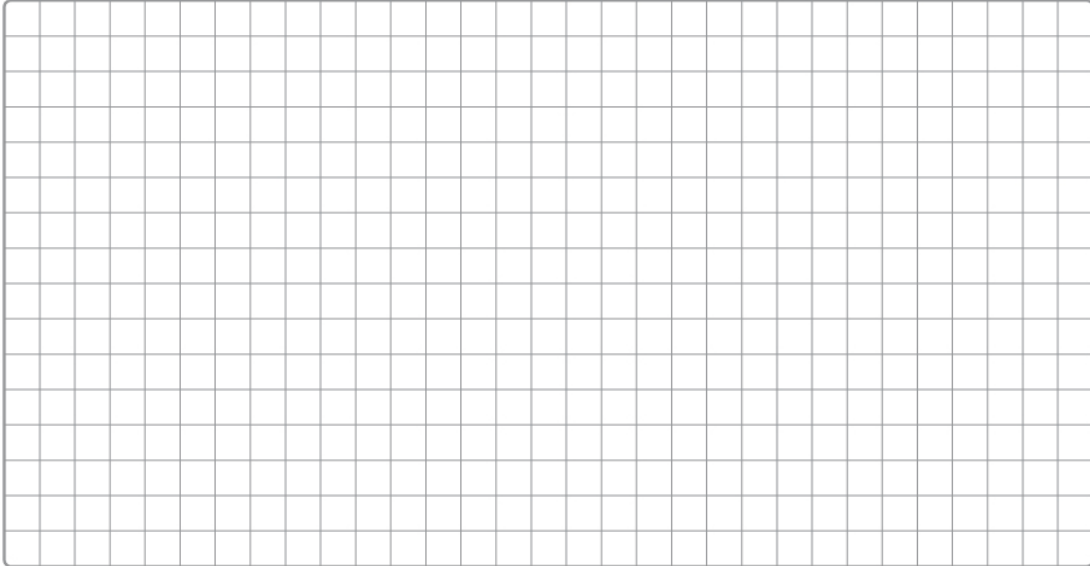
Odpowiedź: .....

**Zadanie 27. (2 pkt)**Rozwiąż nierówność  $x^2 - 9 > 0$ .

Odpowiedź: .....

**Zadanie 28. (2 pkt)**

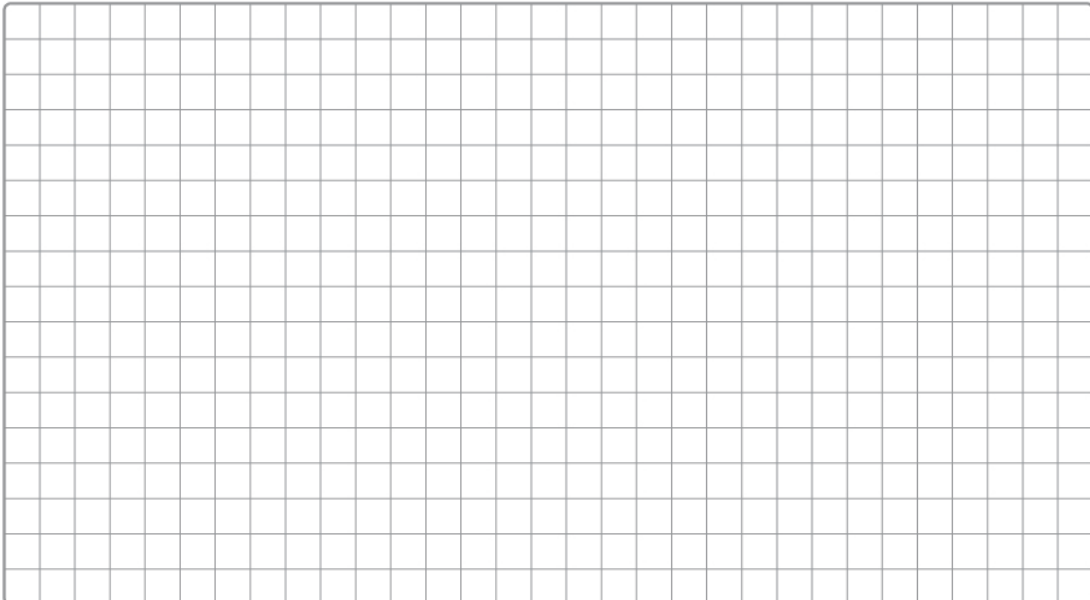
Dana jest liczba  $a = \sqrt{(2 - 2\sqrt{5})^2} - 2\sqrt{5}$ . Wykaż, że liczba  $a$  jest całkowita.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 29. (2 pkt)**

Długość krawędzi sześcianu zwiększono o 20%. Oblicz, o ile procent wzrosła objętość tego sześcianu.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 30. (5 pkt)**

Prosta  $y = x + 4$  przecina okrąg o równaniu  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$  w punktach  $A$  i  $B$ . Oblicz współrzędne punktów  $A$  i  $B$ , a następnie oblicz obwód trójkąta  $ABS$ , gdzie  $S$  jest środkiem danego okręgu.



Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

Odpowiedź: .....

**Zadanie 31. (5 pkt)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny. Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe 24, a kąt płaski ściany bocznej przy podstawie ma miarę  $\alpha$  i  $\operatorname{tg}\alpha = 2$ . Wyznacz cosinus kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 32. (5 pkt)**

Turysta pokonał pieszo trasę długości 30 km z miejscowości  $A$  do miejscowości  $B$  ze stałą prędkością. Rowerem poruszałby się z prędkością o 9 km/h większą i przybyłby do celu o 3 godziny wcześniej. Wyznacz prędkość marszu turysty i czas przejścia tej drogi.



Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: [arkusze.pl](http://arkusze.pl)