



# MATERIAŁY DIAGNOSTYCZNE Z MATEMATYKI

CZERWIEC 2011

## POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 100 minut

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 stron (zadania 1 – 19).
2. Arkusz zawiera 13 zadań zamkniętych i 6 zadań otwartych.
3. W zadaniach od 1. do 13. są podane cztery odpowiedzi: A, B, C, D. Wybierz tylko jedną odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
4. Rozwiązania zadań od 14. do 19. zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
7. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
9. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za poprawne rozwiązanie.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **30 punktów**.

**Zadanie 1. (1 pkt)**

Liczba  $a = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{-\frac{1}{32}}$ . Liczba odwrotna do liczby  $a$  jest równa

- A.  $-2$                       B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $2$

**Zadanie 2. (1 pkt)**

Równanie  $x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$  ma dokładnie

- A. trzy rozwiązania:  $x = -4, x = -1, x = 1$   
 B. trzy rozwiązania:  $x = -1, x = 1, x = 4$   
 C. dwa rozwiązania:  $x = -4, x = 1$   
 D. dwa rozwiązania:  $x = -4, x = 0$

**Zadanie 3. (1 pkt)**

Jeżeli  $\log_3 3 = p$ , to liczba  $\log_5 75$  jest równa

- A.  $25p$                       B.  $p + 25$                       C.  $2p$                       D.  $p + 2$

**Zadanie 4. (1 pkt)**

Wartość wyrażenia  $(1 + \sqrt{3})^2 - (1 - \sqrt{3})^2$  jest równa

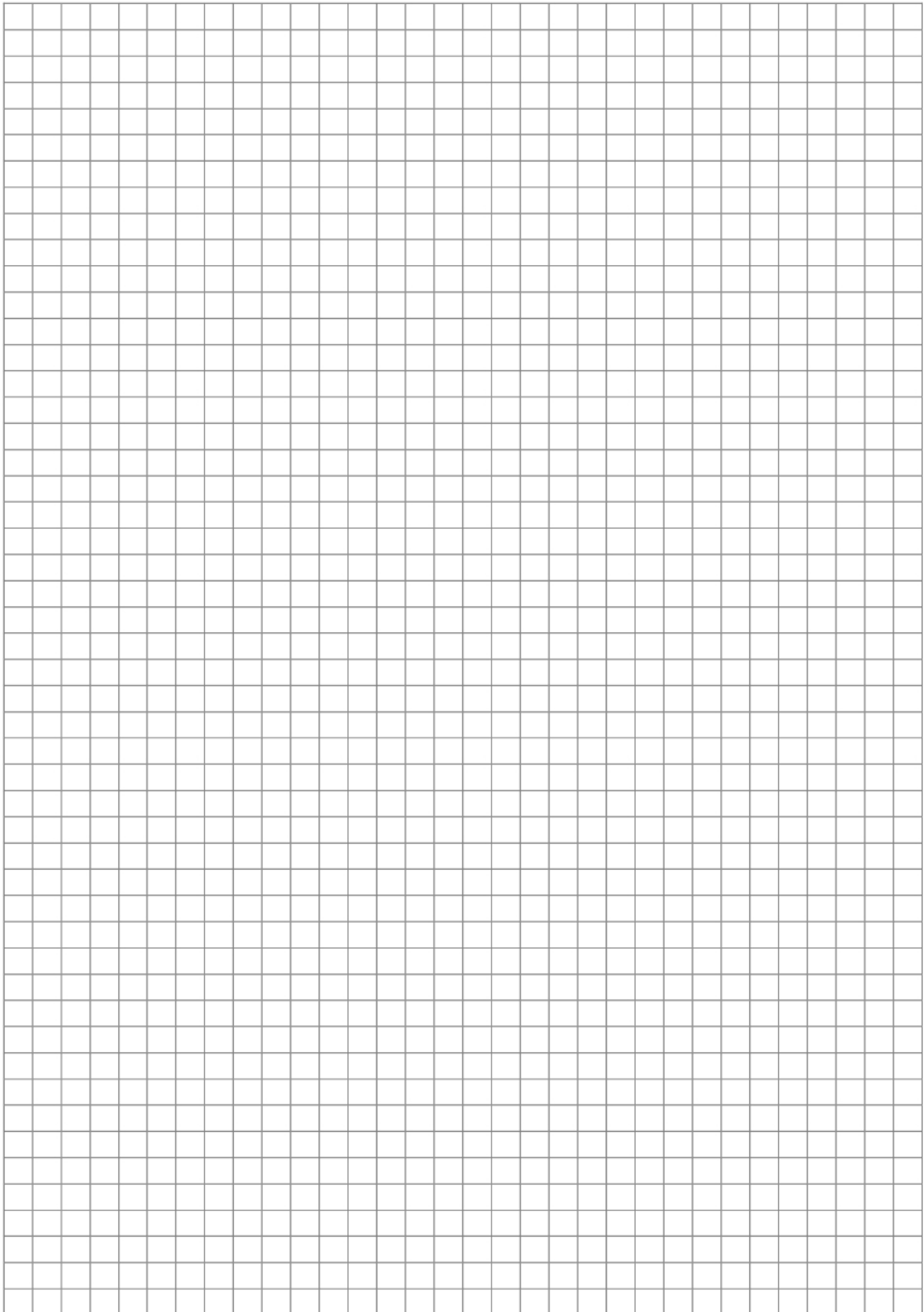
- A.  $0$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $4\sqrt{3}$                       D.  $8$

**Zadanie 5. (1 pkt)**

Dziedziną wyrażenia wymiernego  $\frac{x-2}{3-2x}$  jest

- A.  $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$   
 B.  $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$   
 C.  $(-\infty, 1) \cup (1, 5) \cup (5, \infty)$   
 D.  $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

**Brudnopis**



**Zadanie 6. (1 pkt)**

Punkty  $A = (-1, 2)$  i  $B = (1, -6)$  należą do wykresu funkcji  $f$ . Funkcja  $f$  określona jest wzorem

- A.  $f(x) = -4x + 2$       B.  $f(x) = -4x - 2$       C.  $f(x) = \frac{1}{4}x - 2$       D.  $f(x) = -\frac{1}{4}x - 2$

**Zadanie 7. (1 pkt)**

W ciągu arytmetycznym  $(a_n)$  dane są:  $a_1 = 2$  oraz  $a_2 = 2\frac{1}{5}$ . Wtedy

- A.  $a_7 = 3$       B.  $a_7 = 3\frac{1}{5}$       C.  $a_7 = 3\frac{2}{5}$       D.  $a_7 = 4$

**Zadanie 8. (1 pkt)**

W trójkącie równoramiennym  $ABC$  podstawa  $|AB| = 6$ , a ramiona  $|AC| = |BC| = 5$ . Wówczas cosinus kąta przy podstawie tego trójkąta jest równy

- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$

**Zadanie 9. (1 pkt)**

Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $|AC| = 6$  cm,  $|AB| = 8$  cm,  $|BC| = 10$  cm. Trójkąt  $ABC$  jest podobny do trójkąta  $A'B'C'$ , którego najkrótszy bok ma długość 15 cm. Obwód trójkąta  $A'B'C'$  jest równy

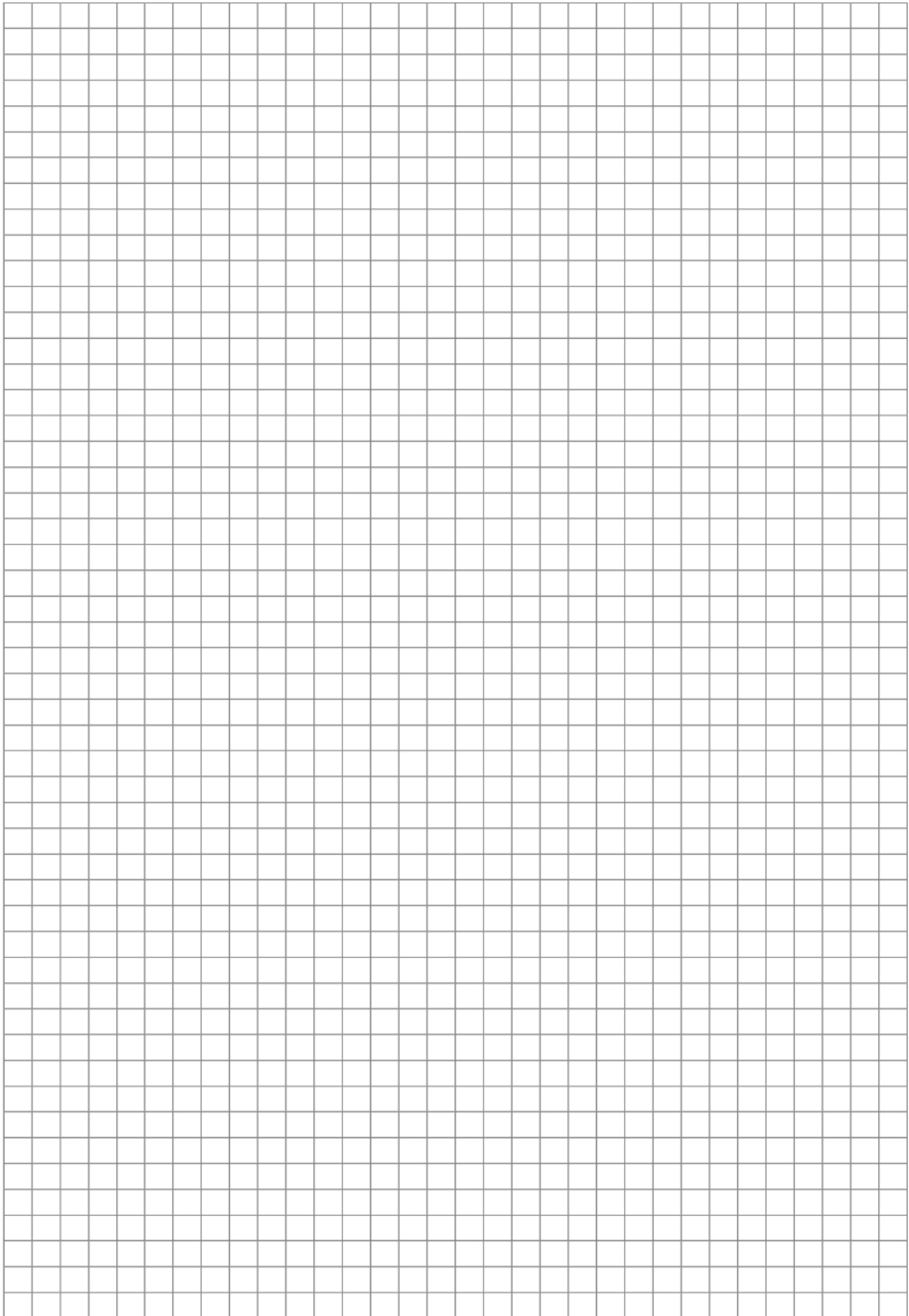
- A. 9,6 cm      B. 24 cm      C. 60 cm      D. 150 cm

**Zadanie 10. (1 pkt)**

W równoległoboku  $ABCD$  bok  $AB$  zawiera się w prostej o równaniu  $y = 2x - 3$ . Wierzchołek  $D$  tego równoległoboku ma współrzędne  $(-2, 1)$ . Bok  $DC$  zawiera się w prostej o równaniu

- A.  $y = -2x + 3$       B.  $y = 2x - 1$       C.  $y = 2x + 5$       D.  $y = -x + 1$

**Brudnopis**



**Zadanie 11. (1 pkt)**

W czasie remontu torowiska czas przejazdu pociągu wydłużył się o 25%. Prędkość przejazdu na tej trasie zmniejszyła się o

- A. 20%                      B. 25%                      C. 50%                      D. 80%

**Zadanie 12. (1 pkt)**

Maksymalny przedział, w którym funkcja  $y = 4(x - 3)^2 + 2$  jest malejąca to

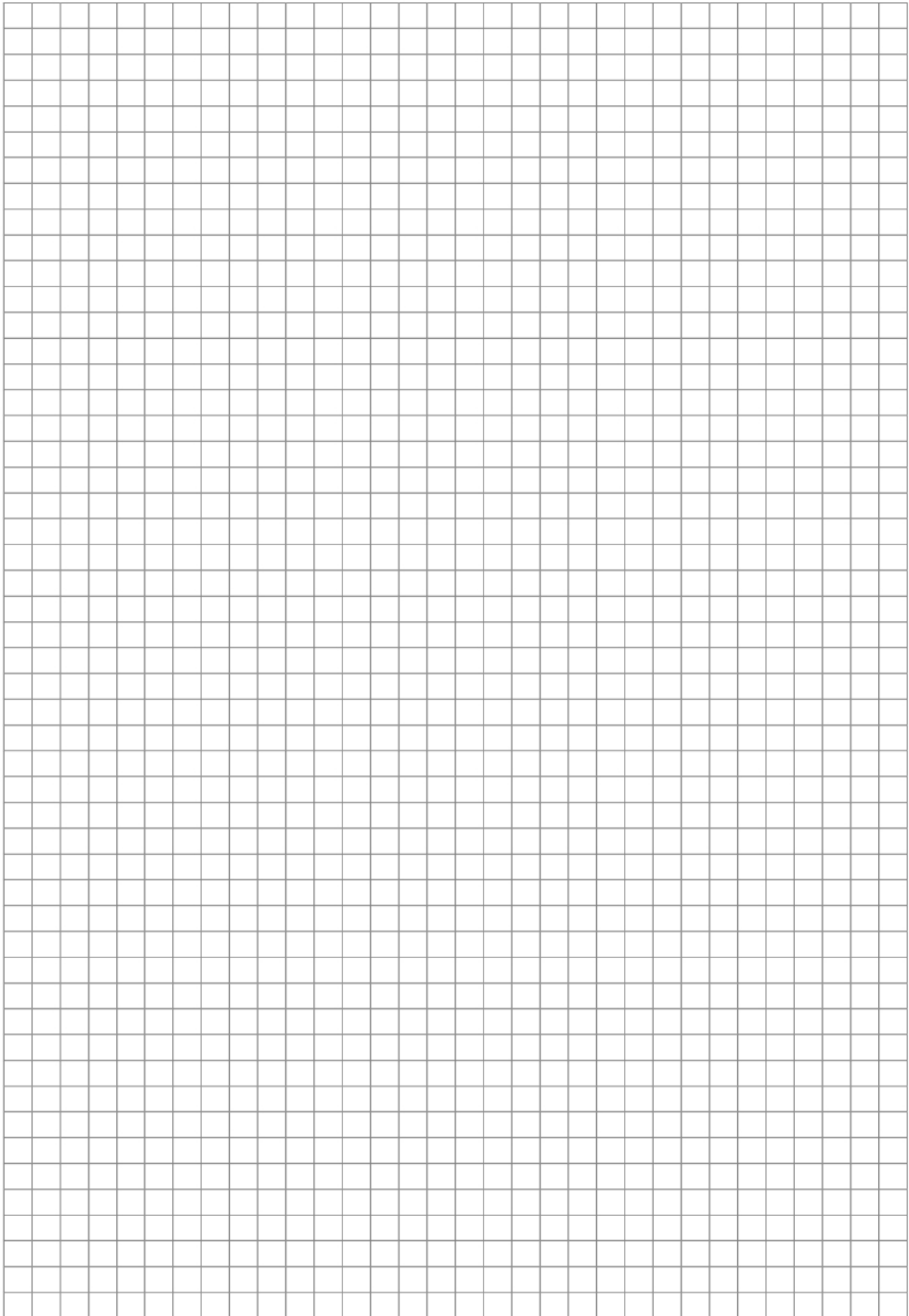
- A.  $(-\infty, 2)$               B.  $(-\infty, 3)$               C.  $(-\infty, 3)$               D.  $(-\infty, 2)$

**Zadanie 13. (1 pkt)**

Równanie okręgu o środku w punkcie  $S = (4, -5)$ , stycznego do osi  $Ox$ , ma postać

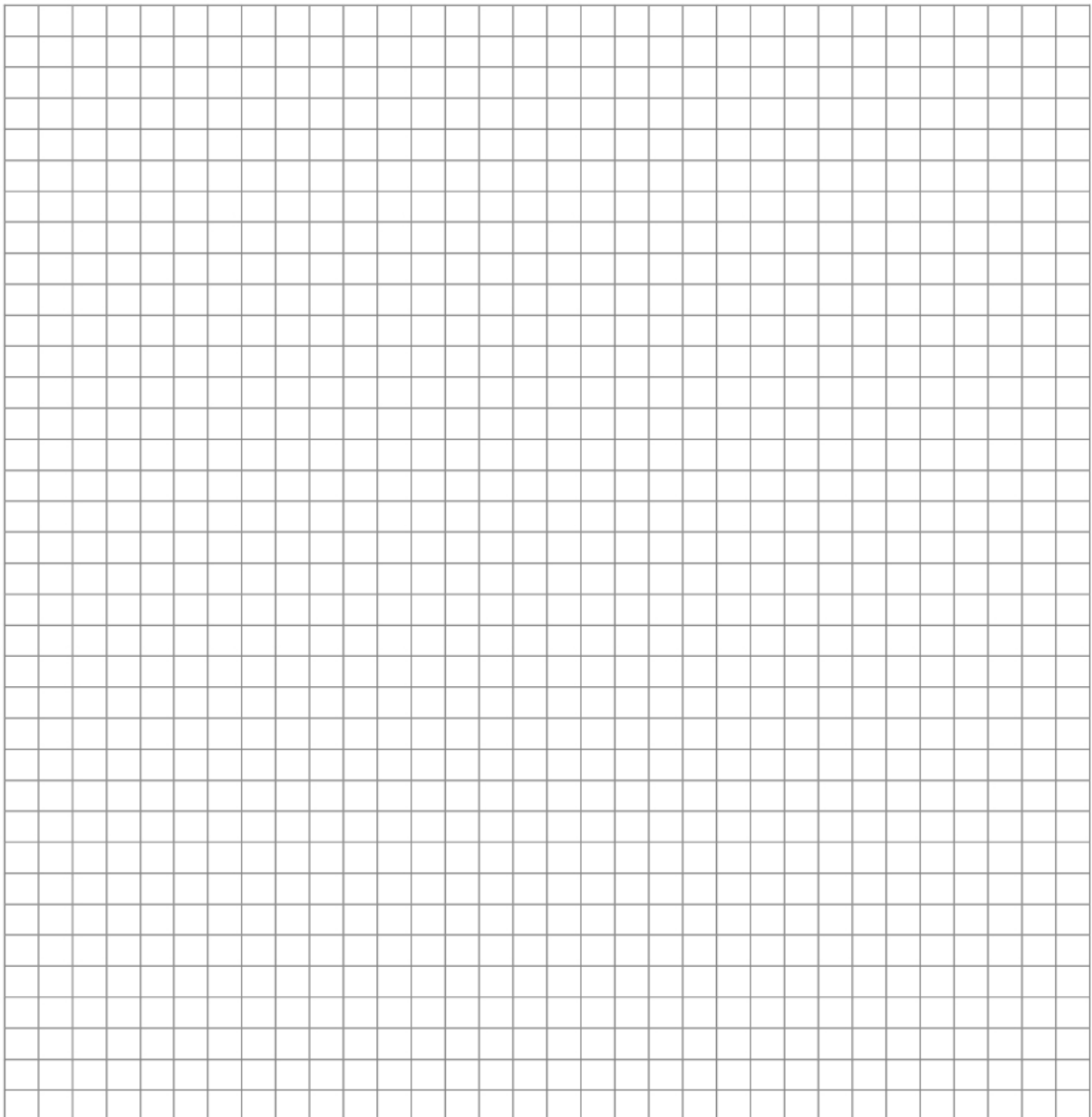
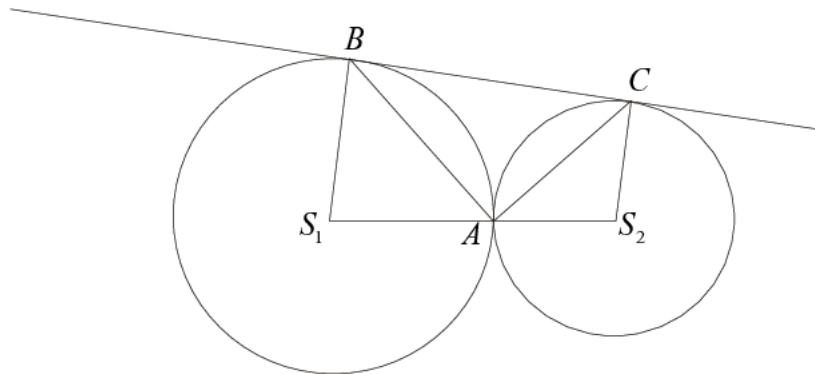
- A.  $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 16$   
B.  $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 25$   
C.  $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 25$   
D.  $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 16$

**Brudnopis**



**Zadanie 14. (2 pkt)**

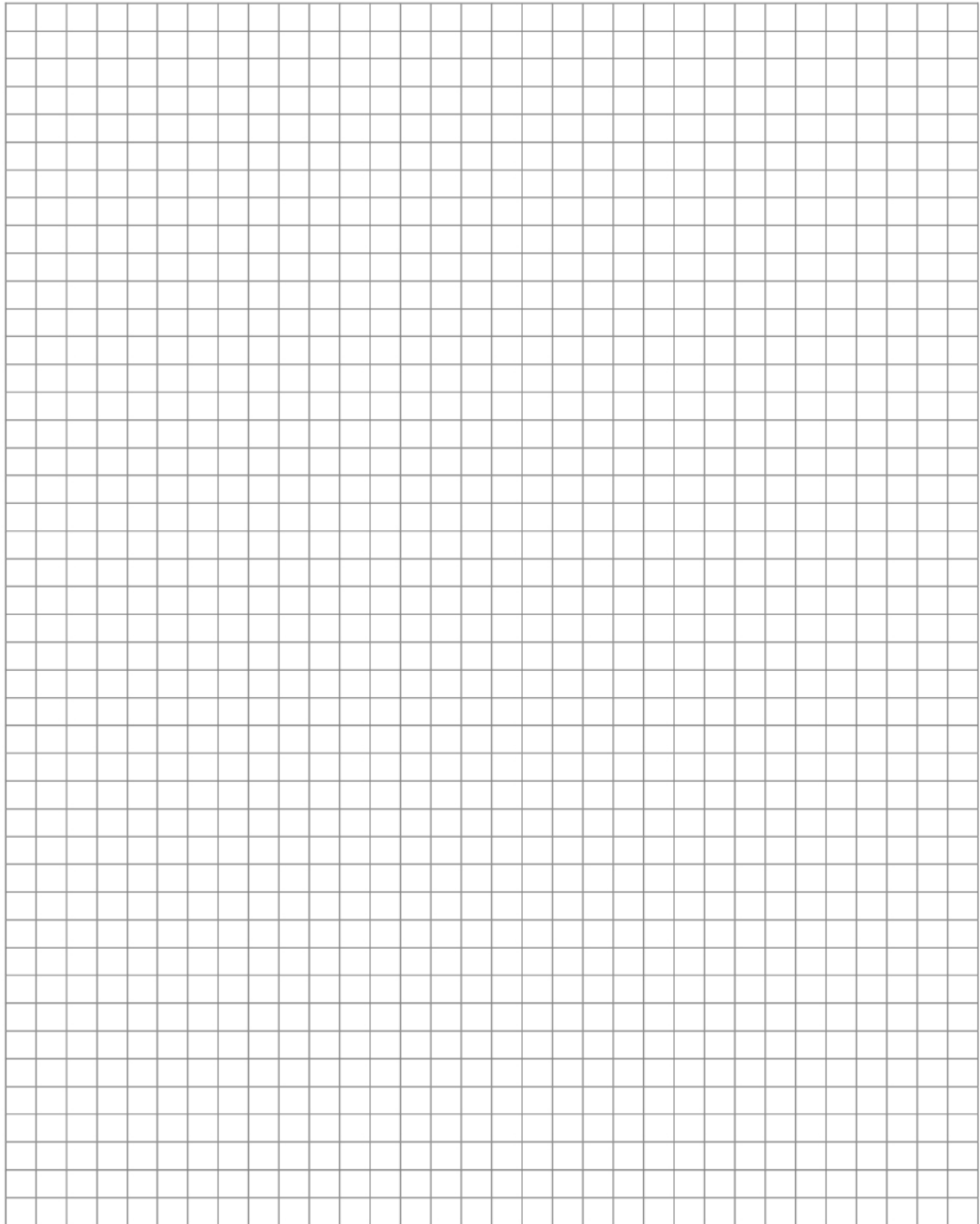
Dwa okręgi o środkach  $S_1$  i  $S_2$  są styczne zewnętrznie w punkcie  $A$ . Poprowadzono prostą styczną do obu okręgów odpowiednio w punktach  $B$  i  $C$  (patrz rysunek). Wykaż, że kąt  $BAC$  jest prosty.





**Zadanie 15. (2 pkt)**

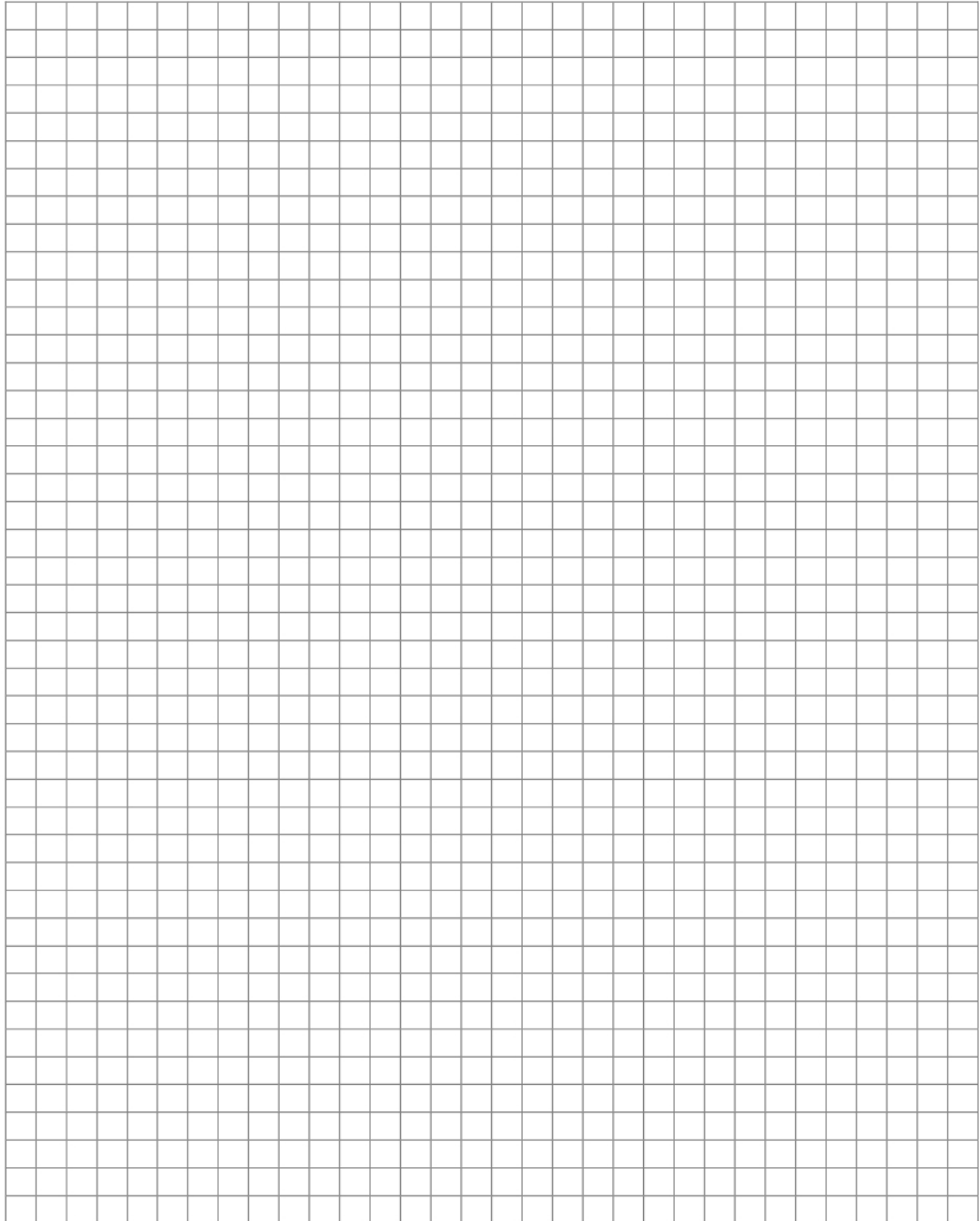
Trójkąt  $ABC$  jest prostokątny. W trójkącie tym miara kąta  $BAC$  jest równa  $90^\circ$ ,  
 $|AB| = a + 3$ ,  $|AC| = a + 4$ ,  $|BC| = 2a - 5$ . Oblicz długości boków tego trójkąta.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 16. (2 pkt)**

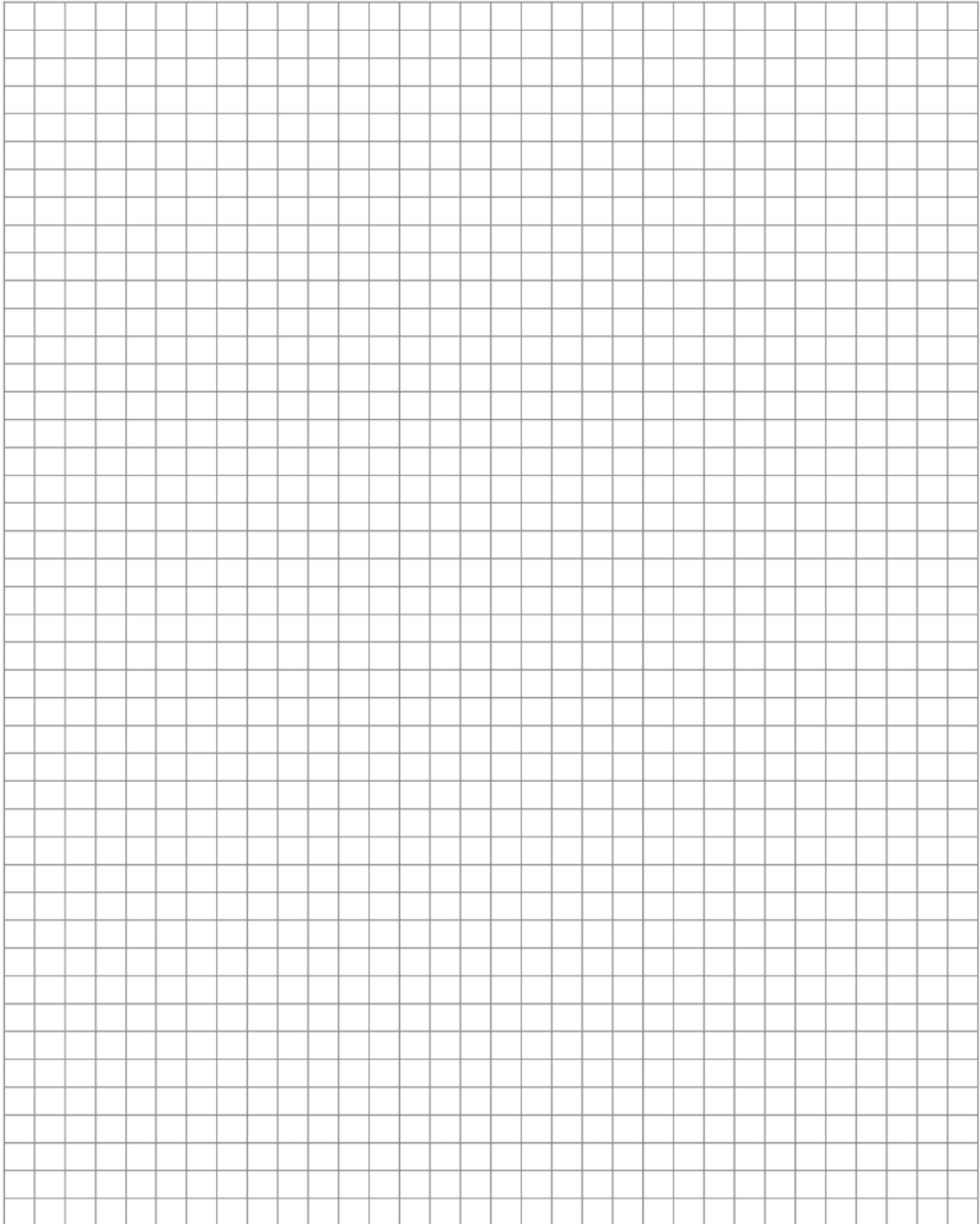
Zbadaj, czy istnieje taki kąt ostry  $\alpha$ , dla którego  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$  i  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$ . Odpowiedź uzasadnij.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 17. (2 pkt)**

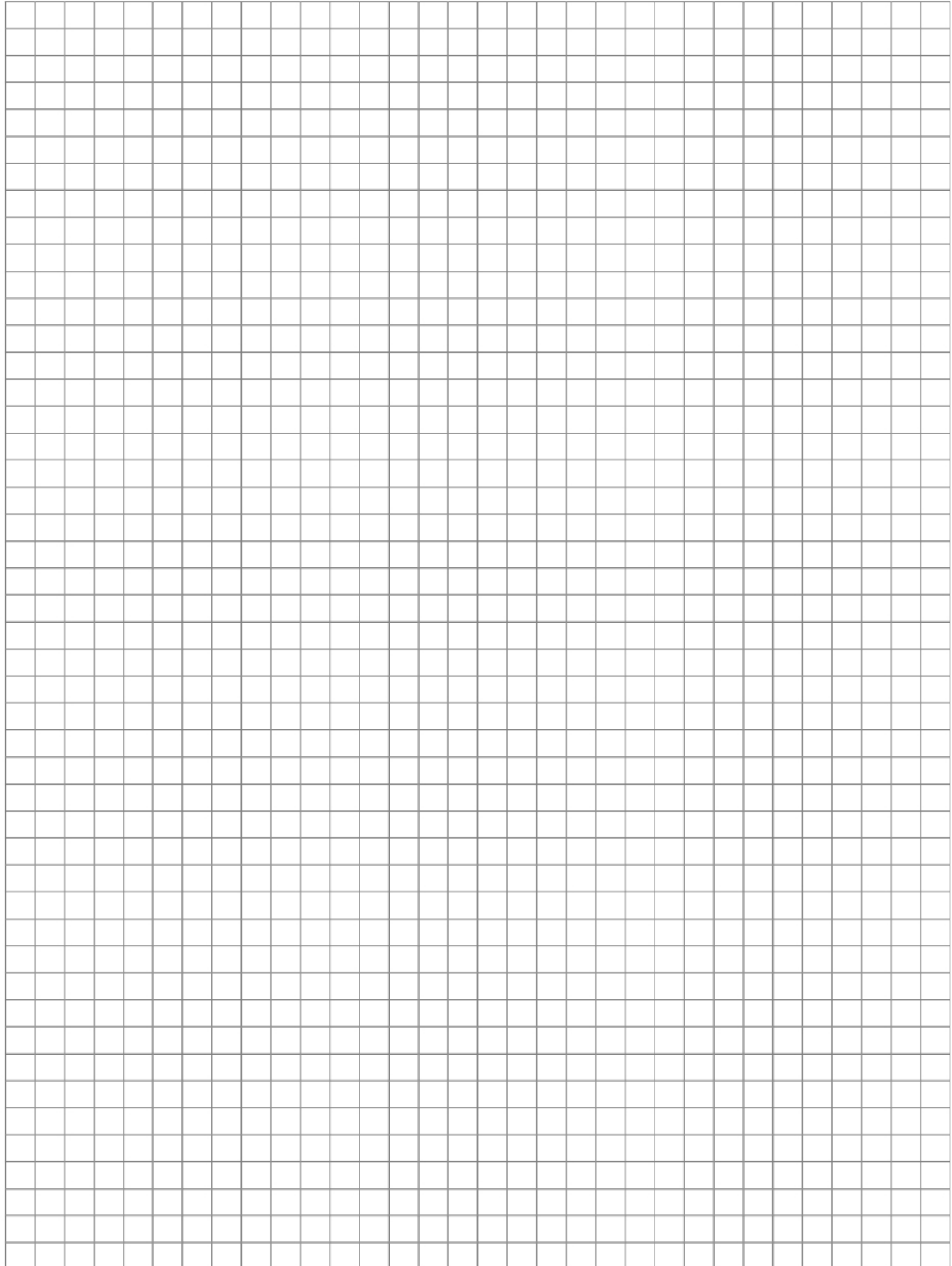
Ciąg geometryczny  $(a_n)$  określony jest wzorem  $a_n = -2 \cdot 3^{n+1}$ . Oblicz iloraz tego ciągu oraz sumę czterech początkowych wyrazów tego ciągu.

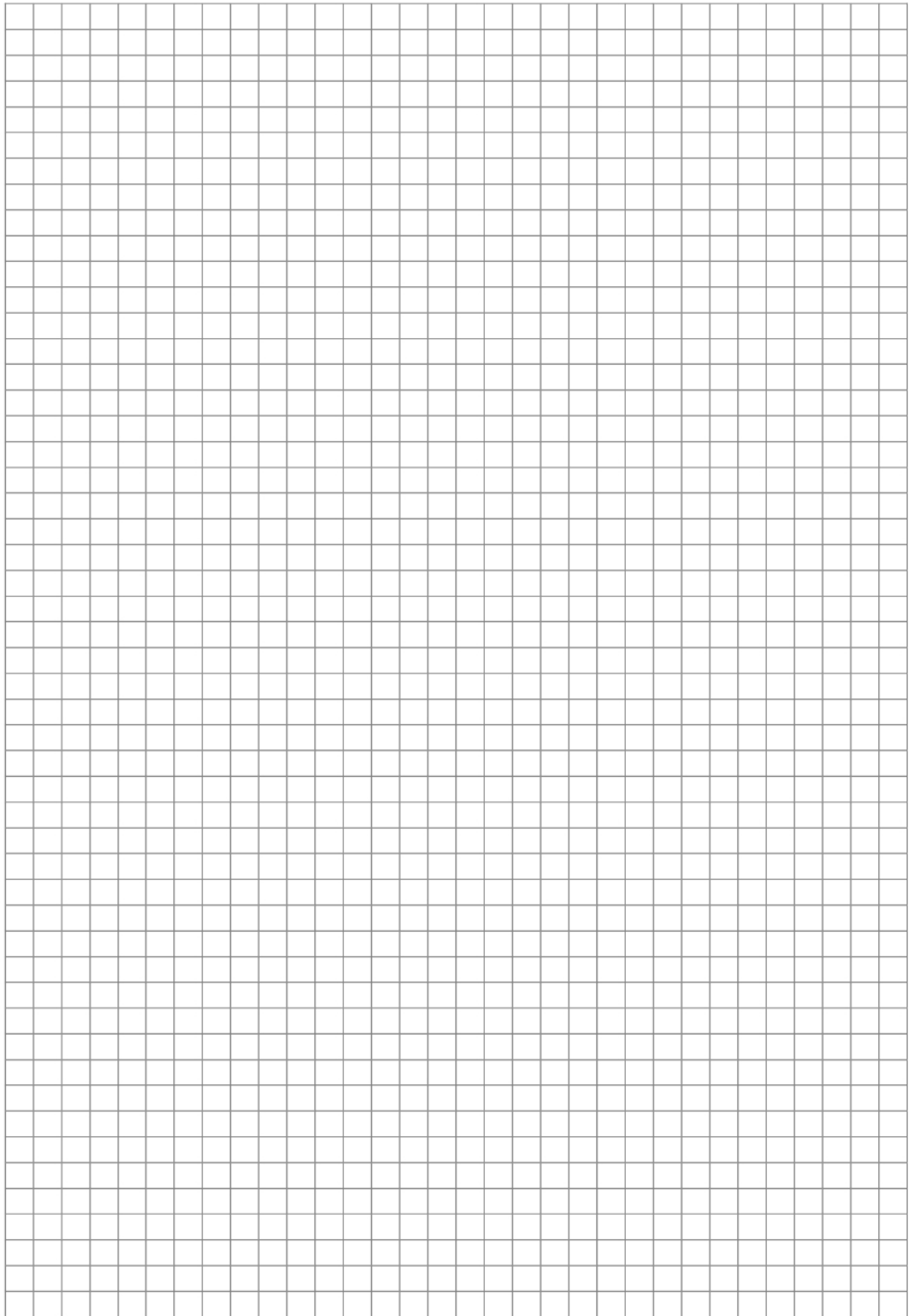


Odpowiedź: .....

**Zadanie 18. (4 pkt)**

Dany jest trójkąt równoboczny  $ABC$ , w którym wysokości przecinają się w punkcie o współrzędnych  $S = (1, 3)$ . Jeden z wierzchołków tego trójkąta ma współrzędne  $A = (-1, 5)$ . Oblicz pole i obwód tego trójkąta.

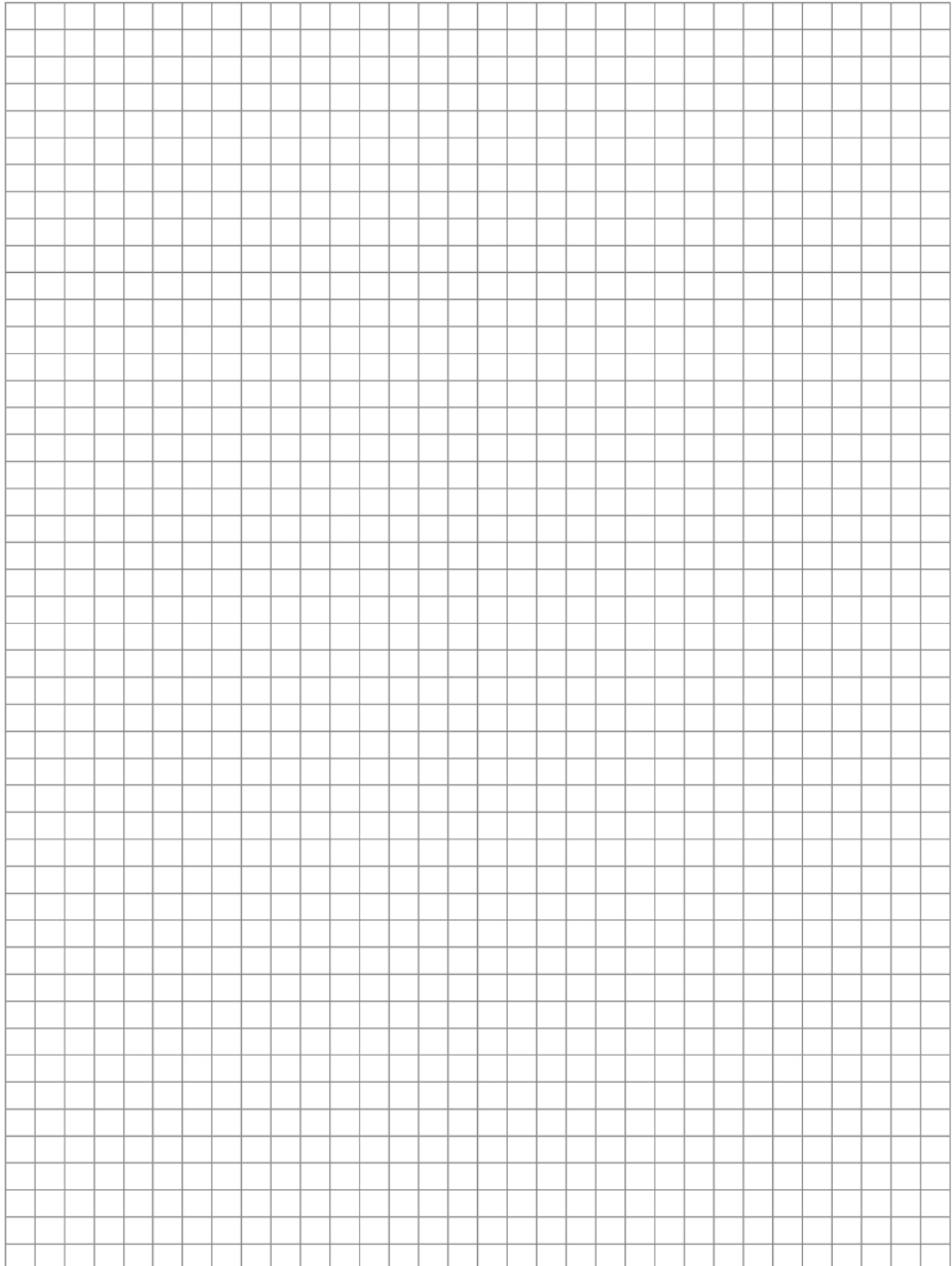


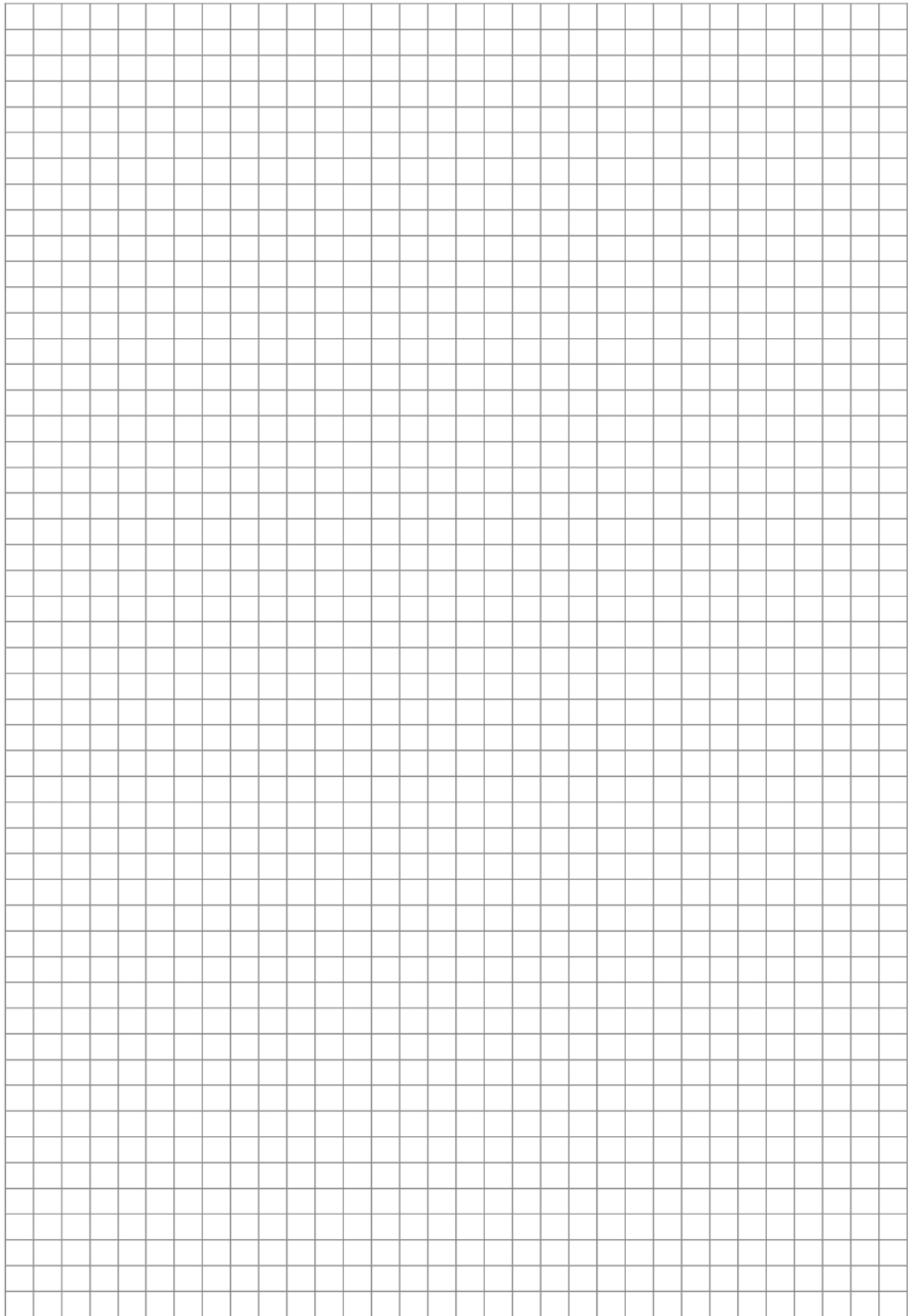


Odpowiedź: .....

**Zadanie 19. (5 pkt)**

Dwie prostokątne działki rekreacyjne mają taką samą powierzchnię równą  $310\text{m}^2$ . Długość drugiej działki jest o 4,8 m krótsza od długości pierwszej, a szerokość o 3 m dłuższa od szerokości pierwszej. Podaj wymiary działki o mniejszym obwodzie.





Odpowiedź: .....

**Brudnopis**

