

Próbnny egzamin maturalny z matematyki
Arkusz II

**MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA
ARKUSZ II**

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
11	Wyznaczenie wartości parametru m , wiedząc że liczba -1 jest pierwiastkiem równania (1 punkt przyznajemy za metodę, 1 punkt za obliczenia): $m = -2$	2
	Wykorzystanie twierdzenia Bezout'a i wykonanie dzielenia przez dwumian $(x+1)$ (1 punkt przyznajemy za metodę, 1 punkt za obliczenia), wynik dzielenia: $2x^2 + 5x + 2 = 0$	2
	Obliczenie pozostałych pierwiastków tego równania: $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = -2$	1
12	Wyznaczenie sinusa kąta przy wierzchołku C: $\sin \gamma = \frac{4}{5}$	1
	Wyznaczenie cosinusa kąta przy wierzchołku C: $\cos \gamma = -\frac{3}{5}$	1
	Obliczenie długości boku AB: $ AB = \sqrt{241} \text{ cm}$ (1 pkt. za zastosowanie twierdzenia cosinusów, odpowiedź punktujemy także gdy podana jest w formie $ AB = \sqrt{241}$ lub $ AB \approx 15,5$)	2
13	Podanie zbioru rozwiązań nierówności $ x - 5\pi \leq 5\pi$: $x \in \langle 0, 10\pi \rangle$ (zdający może rozwiązać nierówność lub wykorzystać interpretację geometryczną wartości bezwzględnej)	1
	Podanie wartości liczbowej wyrażenia $\operatorname{ctg} \frac{25}{2} \pi$: 0	1
	Rozwiązanie równania $\sin 3x = 0$: $x = k \cdot \frac{\pi}{3} \wedge k \in \mathbb{C}$ (punkt przyznajemy także, gdy zdający nie poda, że $k \in \mathbb{C}$)	1
	Zauważenie, że kolejne rozwiązania równania trygonometrycznego, są wyrazami ciągu arytmetycznego, w którym $a_1 = 0 \wedge r = \frac{\pi}{3}$	1
	Ustalenie liczby rozwiązań należących do zbioru $\langle 0, 10\pi \rangle$: $n = 31$	1
	Obliczenie sumy rozwiązań równania należących do zbioru $\langle 0, 10\pi \rangle$: $S_{31} = 155\pi$ (lub sumy 30 początkowych wyrazów ciągu, gdy zdający przyjmie, że $a_1 = \frac{\pi}{3}$).	1

Próbnny egzamin maturalny z matematyki
Arkusz II

14	Zapisanie wyrażenia: $a_{n+1} = 3(n+1)^2 - 3(n+1) + 2$	1
	Wykorzystanie definicji monotoniczności ciągu: $a_{n+1} - a_n = 3(n+1)^2 - 3(n+1) + 2 - (3n^2 - 3n + 2)$	1
	Przekształcenie różnicy $a_{n+1} - a_n$ do najprostszej postaci; $a_{n+1} - a_n = 6n$	1
	Uzasadnienie, że ciąg (a_n) jest rosnący.	1
	Zapisanie granicy: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^6 + n}}{1 - a_n}$ w postaci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^6 + n}}{-3n^2 + 3n - 1}$	1
	Zastosowanie właściwego algorytmu obliczania granicy ciągu: np. zapisanie ułamka $\frac{\sqrt[3]{8n^6 + n}}{1 - a_n}$ w postaci $\frac{\sqrt[3]{8 + \frac{1}{n^5}}}{-\frac{1}{n^2} + \frac{3}{n} - 3}$	1
	Obliczenie granicy: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^6 + n}}{1 - a_n} = -\frac{2}{3}$	1
15	Wyznaczenie wartości parametru c ; $c = 8$, zapisanie wzoru funkcji $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8$	1
	Wyznaczenie pochodnej funkcji f : $f'(x) = 3x^2 - 12x$	1
	Obliczenie miejsc zerowych pochodnej: $x_1 = 0, x_2 = 4$ i stwierdzenie , że argument $x_2 = 4 \notin \langle -1; 3 \rangle$	1
	Obliczenie wartości $f(-1) = 1, f(3) = -19$	1
	Podanie wartości największej: $f(0) = 8$ i najmniejszej: $f(3) = -19$	1
	Badanie znaku pochodnej: $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (4, \infty)$ $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (0, 4)$ <i>(wystarczy gdy zdający poda zbiór, w którym pochodna jest dodatnia albo ujemna).</i>	1
	Podanie przedziałów monotoniczności funkcji : funkcja rośnie w przedziale $(-\infty, 0)$ oraz w przedziale $(4, \infty)$, funkcja maleje w przedziale $(0, 4)$. <i>(nie przyznajemy punktu w przypadku stwierdzenia, że funkcja rośnie w sumie przedziałów).</i>	1
16	Analiza treści zadania i stwierdzenie konieczności wyznaczenia wartości funkcji dla argumentu $x = 2,4$ (lub wyznaczenia argumentu, dla którego funkcja przyjmuje wartość 4).	1
	Obliczenie wartości $f(2,4) = 3,84$ (lub stwierdzenie, że $4 = f\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right) = f\left(\frac{-4\sqrt{3}}{3}\right)$)	1
	Porównanie odpowiednich wartości liczbowych i podanie wniosku, że ciężarówka nie zmieści się w tunelu.	1

Próbnny egzamin maturalny z matematyki
Arkusz II

17	Wyznaczenie współrzędnych środka i długości promienia okręgu o_1 : $S = (2, -3)$, $r = 2$.	1
	Obliczenie długości promienia okręgu o_2 (np. jako $ AS $): $R = 5$	1
	Zapisanie równania okręgu o_2 : $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$	1
	Obliczenie pola pierścienia (1 punkt przyznajemy za metodę, a jeden za obliczenia): $P = 21\pi$	2
18	Analiza zadania lub sporządzenie rysunku z oznaczeniami	1
	Uzasadnienie podobieństwa odpowiednich trójkątów	1
	Zastosowanie proporcji wynikającej z podobieństwa trójkątów: np. $\frac{13}{x+6} = \frac{7}{x}$	1
	Obliczenie długości wysokości odpowiedniego trójkąta: $x = 7$.	1
	Obliczenie objętości stożka ściętego: $V = 618\pi \text{ cm}^3$ (1 punkt przyznajemy za metodę i 1 punkt za obliczenia)	2
	Podanie odpowiedzi z uwzględnieniem zadanej dokładności: $V \approx 1941 \text{ cm}^3$	1
19	Określenie liczby k sukcesów w schemacie 20 prób Bernoulliego oraz podanie prawdopodobieństw sukcesu i porażki w jednej próbie : $k = 0$ lub $k = 1$, $p = 0,1$ $q = 0,9$	1
	Zastosowanie wzoru na prawdopodobieństwo uzyskania k sukcesów w schemacie n prób Bernoulliego i obliczenie właściwego prawdopodobieństwa (1 punkt przyznajemy za metodę i 1 punkt za obliczenia) : $P(B) = (0,1)^{19} \cdot 2,9 \approx 0,406$	2
	Wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych: $\overline{\Omega} = \binom{10}{4}$	1
	Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających wyborowi dwóch łańcuchów krótkich i dwóch łańcuchów długich: $\overline{A} = \binom{4}{2} \binom{6}{2}$	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{3}{7}$	1