# Schemat oceniania arkusza II

**Uwaga:** *Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie należy przyznać maksymalną liczbę punktów.*

| Nr zadania | Nr czynności | Etapy rozwiązania zadania | Liczba punktów |
|---|---|---|---|
| 11 | 11.1. | Zapisanie, że warunki zadania zostaną spełnione wtedy, gdy wyróżnik danego trójmianu będzie ujemny. | 1 |
| | 11.2. | Obliczenie wyróżnika trójmianu: $\Delta = 2^{2k} - 4 \cdot 2^k - 5$. | 1 |
| | 11.3. | Wprowadzenie pomocniczej niewiadomej, np.: $t = 2^k$ i $t > 0$. | 1 |
| | 11.4. | Rozwiązanie nierówności $t^2 - 4t - 5 < 0$: $t \in (-1;5)$. | 1 |
| | 11.5. | Zapisanie nierówności $0 < 2^k < 5$. | 1 |
| | 11.6. | Zapisanie zbioru liczb *k* spełniających warunki zadania: $\{k \in C : k \le 2\}$. | 1 |
| 12 | 12.1. | Zapisanie wielomianu w postaci $W(x) = a(x+2)(x-1)^2$, gdzie $a \neq 0$. | 1 |
| | 12.2. | Obliczenie współczynnika $a$, w tym:<br>• 1 punkt, za obliczenie pochodnej $W'(x) = a\cdot(x-1)^2 + 2a\cdot(x-1)\cdot(x+2)$,<br>• 1 punkt, za rozwiązanie równania $W'(-2) = 18$ z niewiadomą $a$: $a = 2$. | 2 |
| | 12.3. | Wyznaczenie równania szukanej stycznej: $y = 48x - 104$, w tym:<br>• 1 punkt, za obliczenie $W(3) = 40$,<br>• 1 punkt, za obliczenie $W'(3) = 48$ i zapisanie równania stycznej. | 2 |
| 13 | 13.1. | Sporządzenie wykresu funkcji $g(x) = \dfrac{x-4}{x-2}$. | 2 |
| | 13.2. | Sporządzenie wykresu funkcji $f(x) = \lvert g(x) \rvert$. | 1 |
| | 13.3. | Odczytanie z wykresu funkcji $f$ szukanych wartości $k$: $k \in (1;2)$, w tym :<br>• 1 punkt za obliczenie wartości $f(0) = 2$ | 2 |
| 14 | 14.1. | Wykorzystanie własności $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ i zapisanie, że $P(A \cap B) = \dfrac{139}{132} - P(A \cup B)$. | 1 |
| | 14.2. | Zauważenie i zapisanie, że $P(A \cup B) \le 1$. | 1 |
| | 14.3. | Wywnioskowanie z powyższych warunków, że $P(A \cap B) > 0$. | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 14.4. | Zapisanie odpowiedzi: zdarzenia $A$ i $B$ nie są rozłączne ( $A \cap B \neq \varnothing$ ). | 1 |
| | **Inna metoda** | 1. Użycie wzoru $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , gdy $A \cap B = \varnothing$ 1pkt<br>2. Stwierdzenie, że $P(A) + P(B) > 1$ 1pkt<br>3. Stwierdzenie sprzeczności (np. z warunku $P(A \cup B) \leq 1$ )<br>i wniosek $A \cap B \neq \varnothing$ 2 pkt | 4 |
| **15** | 15.1. | Zapisanie warunku zbieżności danego ciągu do liczby 0: $\left\lvert \frac{1}{p-1} \right\rvert < 1$<br>i $p \neq 1$. | 1 |
| | 15.2. | Rozwiązanie nierówności $\left\lvert \frac{1}{p-1} \right\rvert < 1$: $p \in (-\infty;0) \cup (2;\infty)$, w tym:<br>• 1 punkt za metodę rozwiązania<br>• 1 punkt za napisanie rozwiązania nierówności | 2 |
| | 15.3. | Zapisanie warunku zbieżności ciągu do liczby 2: $\frac{1}{p-1} = 1$ | 1 |
| | 15.4 | Rozwiązanie równania $\frac{1}{p-1} = 1$ i podanie wartości parametru *p: p*=2 | 1 |
| **16** | 16.1. | Podstawienie wartości $p = -1$ do danego równania<br>i zapisanie alternatywy: $cos\, x = 0$ lub $cos\, x = 1$ . | 1 |
| | 16.2. | Wypisanie rozwiązań powyższych równań elementarnych należących do przedziału $\langle 0;5 \rangle$: $x \in \left\{ 0, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \right\}$.<br>*Uwaga:*<br>*Jeżeli zdający rozwiąże równania $cos\, x = 0$ oraz $cos\, x = 1$ w zbiorze liczb rzeczywistych, to otrzymuje 1 punkt.* | 1 |
| | 16.3. | Zapisanie alternatywy: $cos\, x = 1$ lub $cos\, x = -p-1$ . | 1 |
| | 16.4. | Zapisanie, że $x = 0$ jest jednym z szukanych rozwiązań (niezależnie od wartości parametru $p$ ). | 1 |
| | 16.5 | Zapisanie układu równań nierówności $-1 \leq -p-1 < 1$ | 1 |
| | 16.6. | Rozwiązanie powyższego układu nierówności: $p \in (-2;0\rangle$<br>i stwierdzenie, że każda wartość $p \in (-2;0\rangle$ spełnia warunek określony w zadaniu. | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 17 | 17.1. | Sporządzenie rysunku uwzględniającego oznaczenia podane w treści zadania. | 1 |
| | 17.2. | Zapisanie równości pola danego trójkąta i sumy pól trójkątów powstałych z podziału tego trójkąta odcinkiem $CD$, którego długość $\lvert CD\rvert = d$ : $\frac{1}{2}a \cdot d \cdot sin 45^\circ + \frac{1}{2}b \cdot d \cdot sin 45^\circ = \frac{1}{2}a \cdot b$ . | 1 |
| | 17.3. | Podstawienie do powyższego równania $sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ oraz wyłączenie niewiadomej $d$ przed nawias. | 1 |
| | 17.4. | Zapisanie rozwiązania powyższego równania w postaci opisanej w tezie twierdzenia. | 1 |
| | **Inna metoda** | • 1 punkt, za sporządzenie rysunku uwzględniającego oznaczenia podane w treści zadania,<br>• 1 punkt, za zauważenie i zapisanie, że szukany odcinek $CD$, o długości, np.: $\lvert CD\rvert = d$ , jest przekątną kwadratu o boku długości np.: $c$ , wpisanego w dany trójkąt $\left(d = c\sqrt{2}\right)$,<br>• 1 punkt, za wykorzystanie podobieństwa odpowiednich trójkątów (lub wykorzystanie tw. Talesa) i zapisanie równania z niewiadomą $c$ , np.: $\frac{b-c}{c} = \frac{b}{a}$,<br>• 1 punkt, za rozwiązanie równania $c = \frac{ab}{a+b}$ : $d = \frac{ab}{a+b} \cdot \sqrt{2}$ . | |
| 18 | 18.1. | Sporządzenie pomocniczego rysunku lub wprowadzenie precyzyjnie opisanych oznaczeń, np.: $\sphericalangle DAB = \alpha$ , $\sphericalangle ABC = \beta$ , $\sphericalangle BCD = \gamma$ , $\sphericalangle CDA = \delta$ . | 1 |
| | 18.2. | Zastosowanie własności miar kątów czworokąta wpisanego w okrąg i zapisanie, że np.: $\gamma = 180^\circ - \alpha$ $\left(\delta = 180^\circ - \beta\right)$. | 1 |
| | 18.3. | Wyznaczenie miary kąta $\alpha$ : $\alpha = 45^\circ$ (lub $\alpha = 135^\circ$ ) - w tym 1 punkt za skorzystanie z twierdzenia sinusów (lub twierdzenia cosinusów i twierdzenia o kącie wpisanym i środkowym w kole). | 2 |
| | **Inna metoda** | Zamiast czynności 18.2 i 18.3:<br>Przekątna tworzy wraz z dwoma promieniami trójkąt prostokątny, ponieważ $(10)^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 + \left(5\sqrt{2}\right)^2$.<br>Wyznaczenie miar kątów z twierdzenia o kącie wpisanym i środkowym. | 3 |
| | 18.4. | Wykorzystanie wzorów redukcyjnych i zapisanie, że $sin^2 \beta = \frac{3}{4}$. | 2 |
| | 18.5. | Wyznaczenie miary kąta $\beta$ : $\beta = 60^\circ$ (lub $\beta = 120^\circ$ ). | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 18.6. | Zapisanie odpowiedzi: miary kątów czworokąta $ABCD$ to:<br>$45^\circ$, $60^\circ$, $120^\circ$, $135^\circ$ .<br>*Uwaga: nie jest oceniana kolejność podawanych miar kątów czworokąta z rozważanej rodziny.* | 1 |
| **19** | 19.1. | Sprawdzenie, że nierówność zachodzi dla $n=5$ . | 1 |
| | 19.2. | Sformułowanie założenia i tezy indukcyjnej, np.:<br>należy wykazać, że dla każdej liczby naturalnej $k \geq 5$ zachodzi implikacja: jeżeli $2^k > k^2+k-1$, to $2^{k+1} > (k+1)^2+(k+1)-1$ . | 1 |
| | 19.3. | Udowodnienie tezy indukcyjnej, w tym:<br>• 1 punkt, za wykorzystanie założenia indukcyjnego,<br>• 1 punkt, za doprowadzenie do nierówności $k^2-k-3>0$ ,<br>• 2 punkty, za rozwiązanie powyższej nierówności w zbiorze liczb rzeczywistych oraz za zapisanie, że każda liczba naturalna $k \geq 5$ spełnia nierówność $k^2-k-3>0$ .<br>*Uwaga: Jeżeli uczeń zauważy i zapisze, że dla $k \geq 5$ iloczyn dwóch kolejnych liczb naturalnych $k \cdot (k-1)$ jest liczbą większą niż 3, to otrzymuje obydwa punkty.* | 4 |