

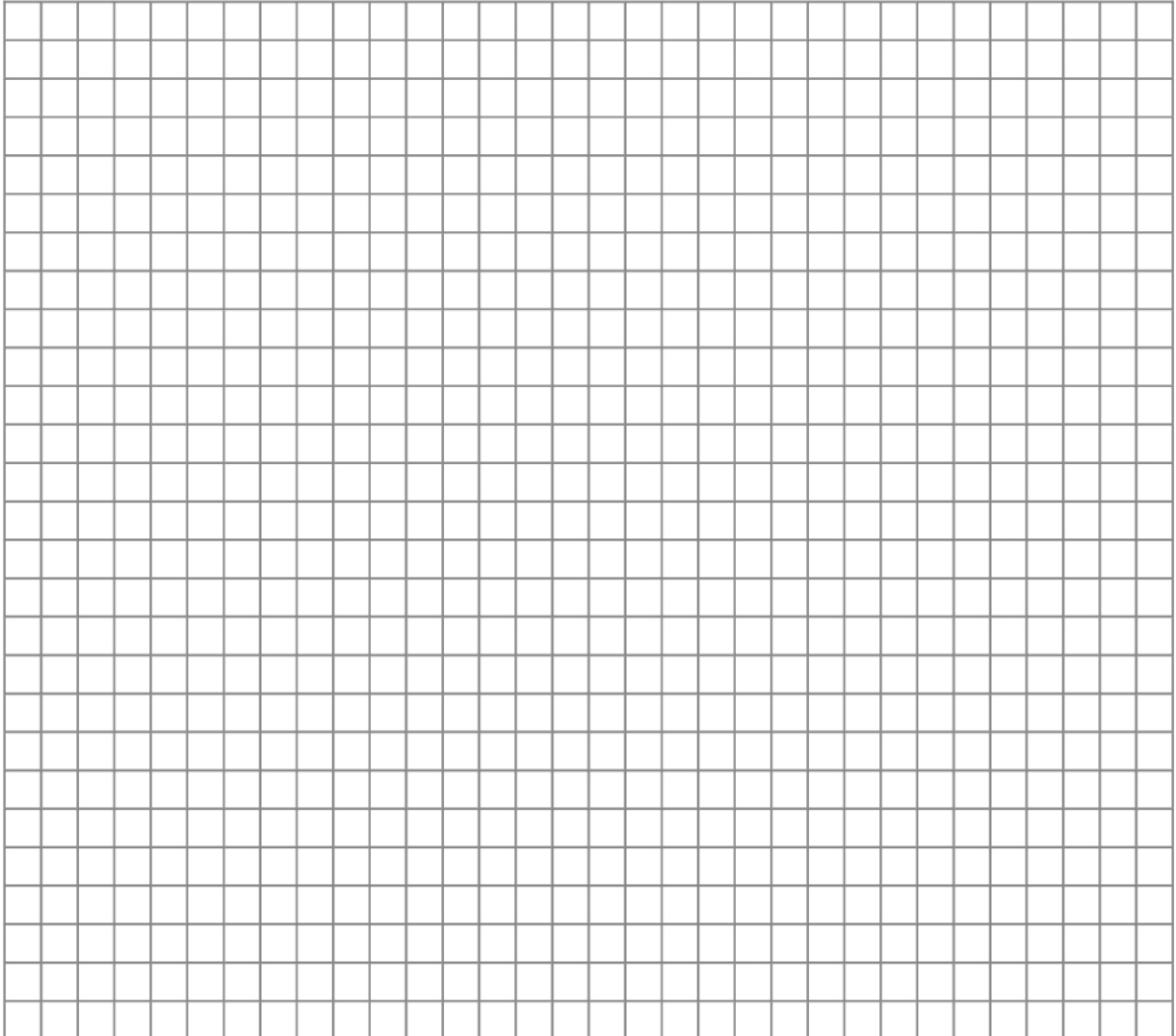


**Zadanie 12. (4 pkt)**

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a, b, c$  funkcja:

$$f(x) = (x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a)$$

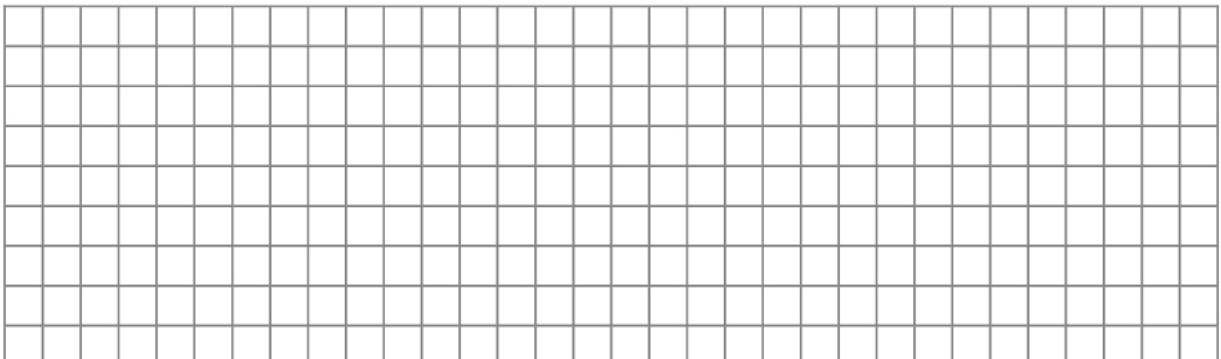
ma co najmniej jedno miejsce zerowe.

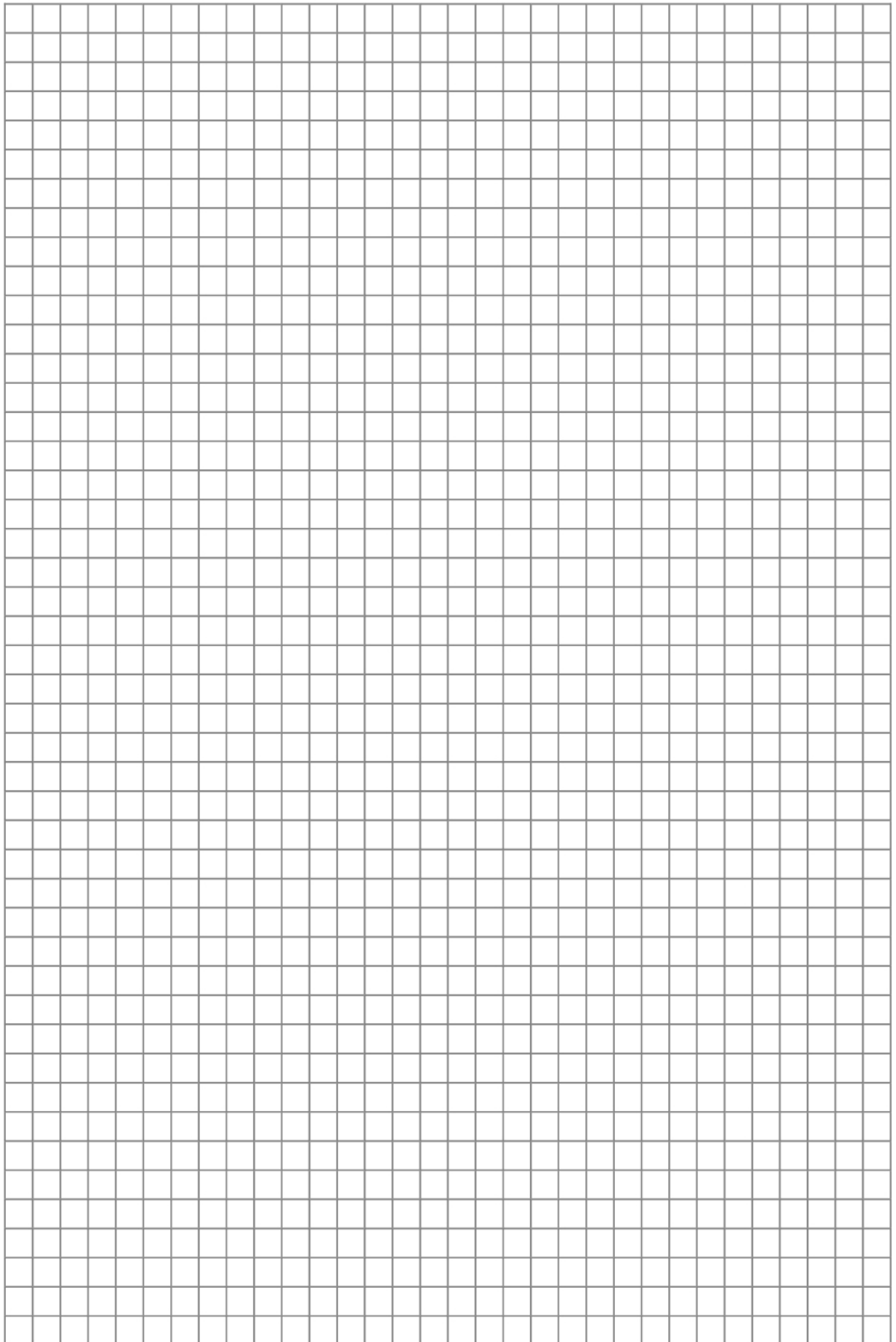
**Zadanie 13. (6 pkt)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których każda liczba spełniająca równanie:

$$\log_m^2(x-1) + \log_m(x-1) - 2 = 0$$

jest mniejsza od 3.

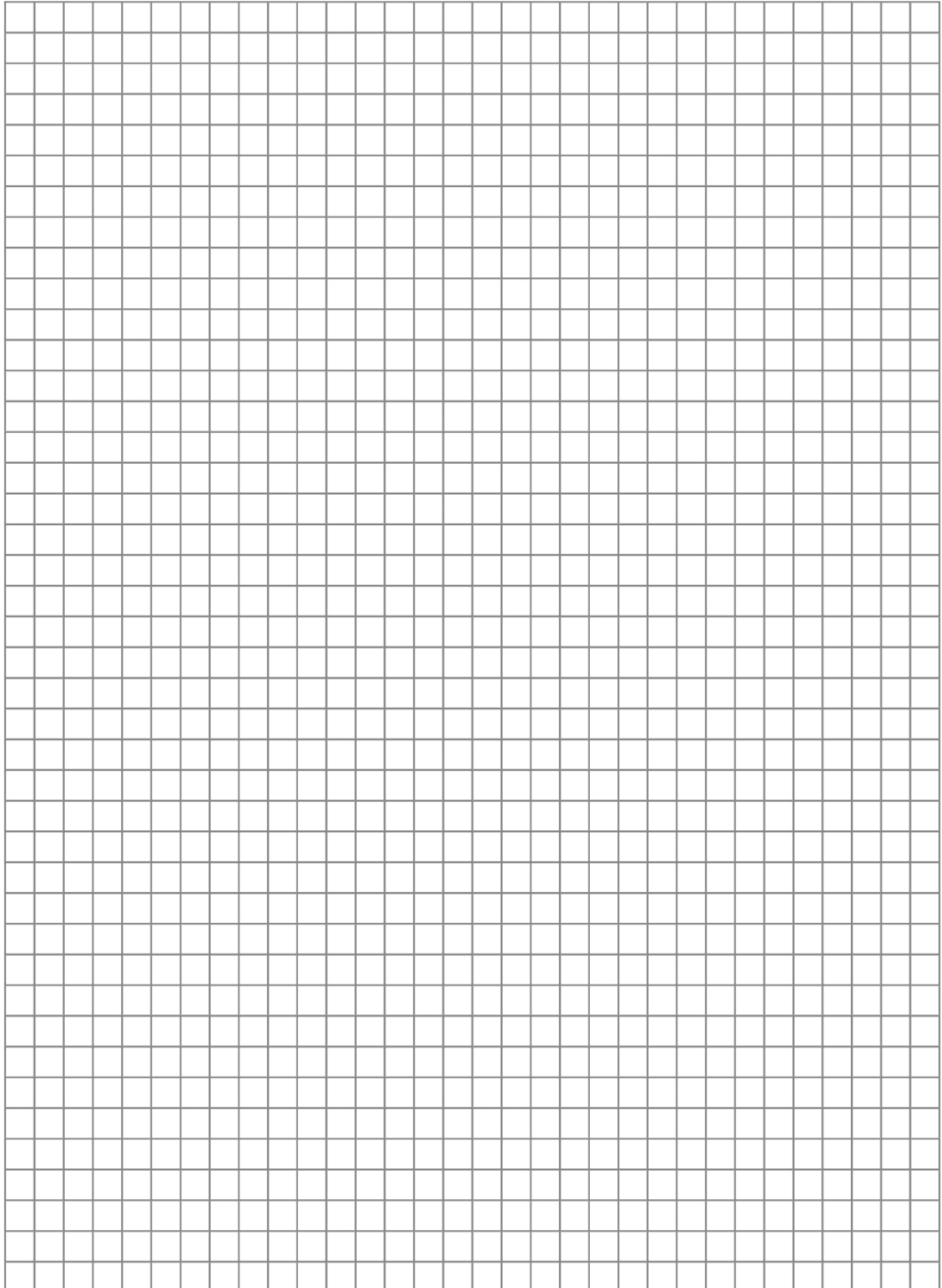




**Zadanie 14. (3 pkt)**

Wykaż, że jeśli  $a \neq b$ , to równanie:  $x^2 + y^2 + ax + by + \frac{a \cdot b}{2} = 0$  jest równaniem okręgu.

Wyznacz współrzędne środka i długość promienia tego okręgu.

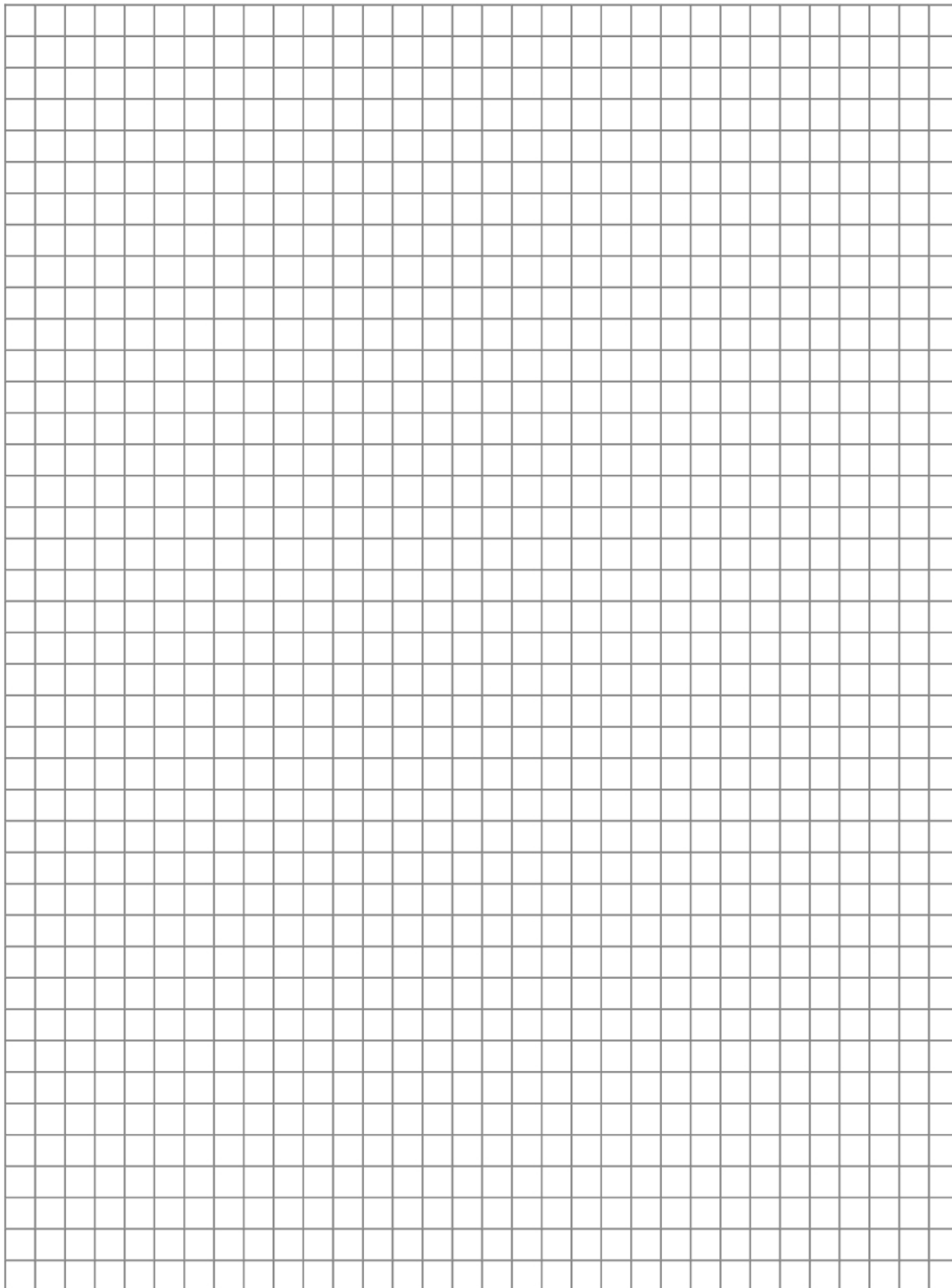


**Zadanie 15. (4 pkt)**

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji  $f$  określonej wzorem:

$$f(x) = \sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right).$$

Odpowiedź uzasadnij.

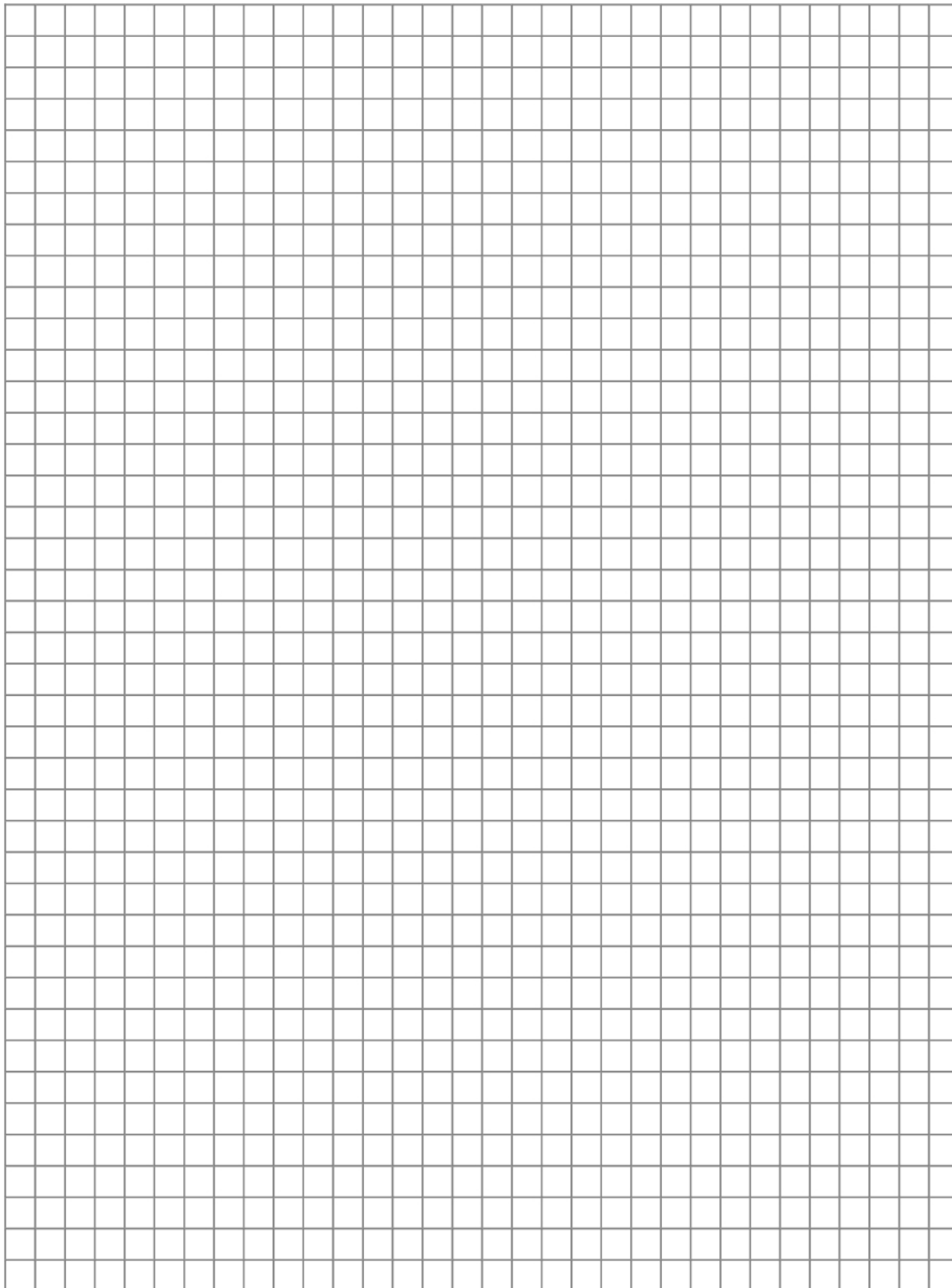


**Zadanie 16. (5 pkt)**

W prostokątnym układzie współrzędnych naszkicuj figurę  $F$ , gdzie:

$$F = \{(x; y): x \in R \wedge y \in R \wedge 3|x| + |y| \leq 2\}.$$

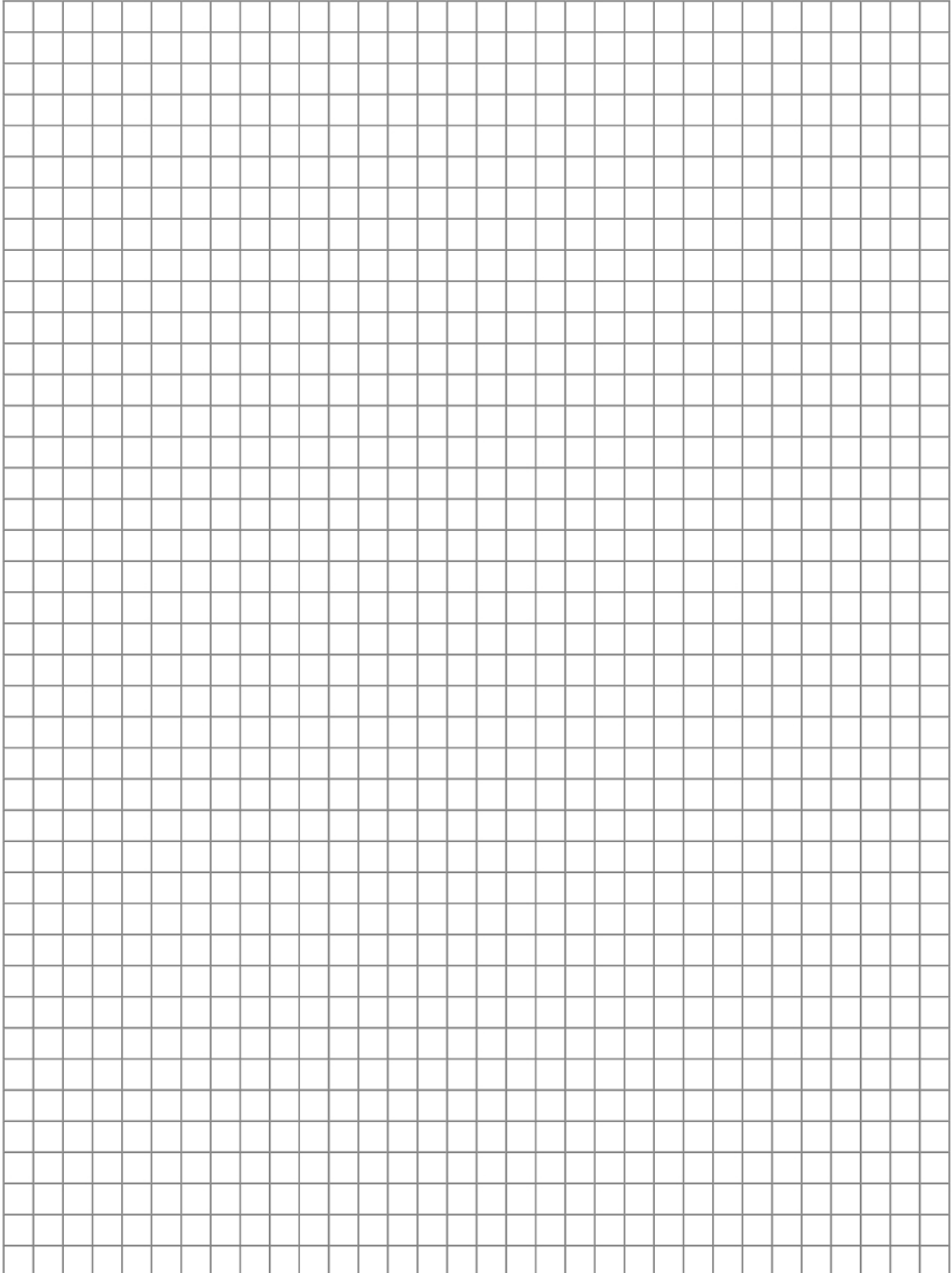
Oblicz pole figury  $F$ .



**Zadanie 17. (5 pkt)**

Odcinki o długościach:  $2\sqrt{3}$ ,  $3 - \sqrt{3}$ ,  $3\sqrt{2}$  są bokami trójkąta.

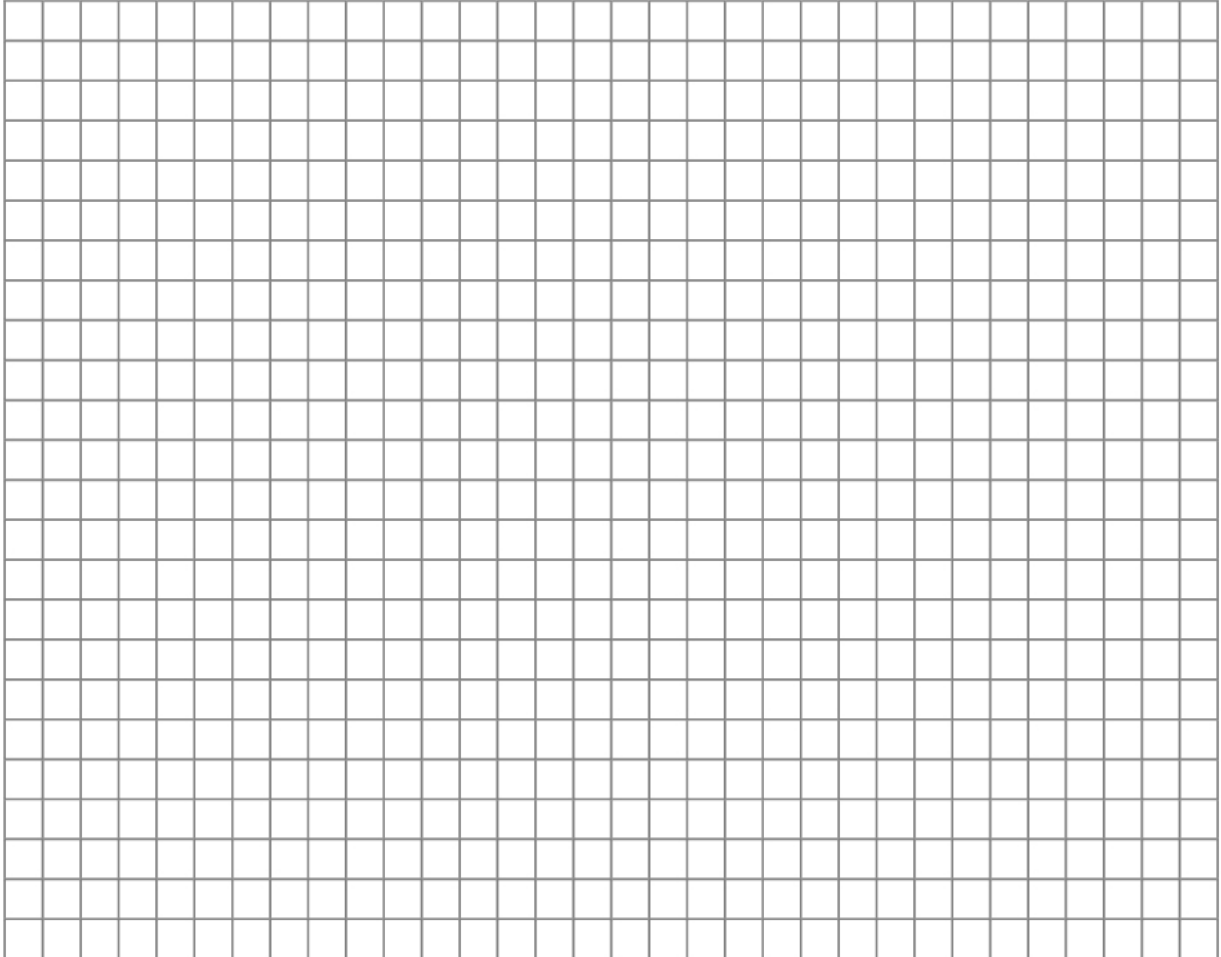
- Wyznacz miarę największego kąta tego trójkąta i oblicz długość wysokości poprowadzonej z wierzchołka tego kąta.
- Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.



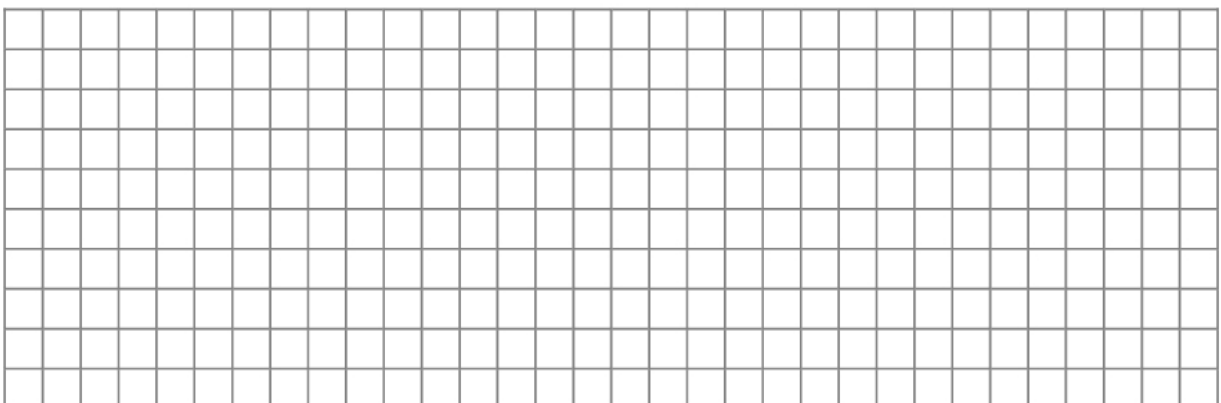
**Zadanie 18. (6 pkt)**

Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o polu  $9 \text{ dm}^2$ . Dwie ściany boczne ostrosłupa są prostopadłe do płaszczyzny podstawy, a dwie pozostałe ściany boczne są nachylone do płaszczyzny podstawy pod kątami  $\frac{\pi}{3}$  i  $\frac{\pi}{6}$ .

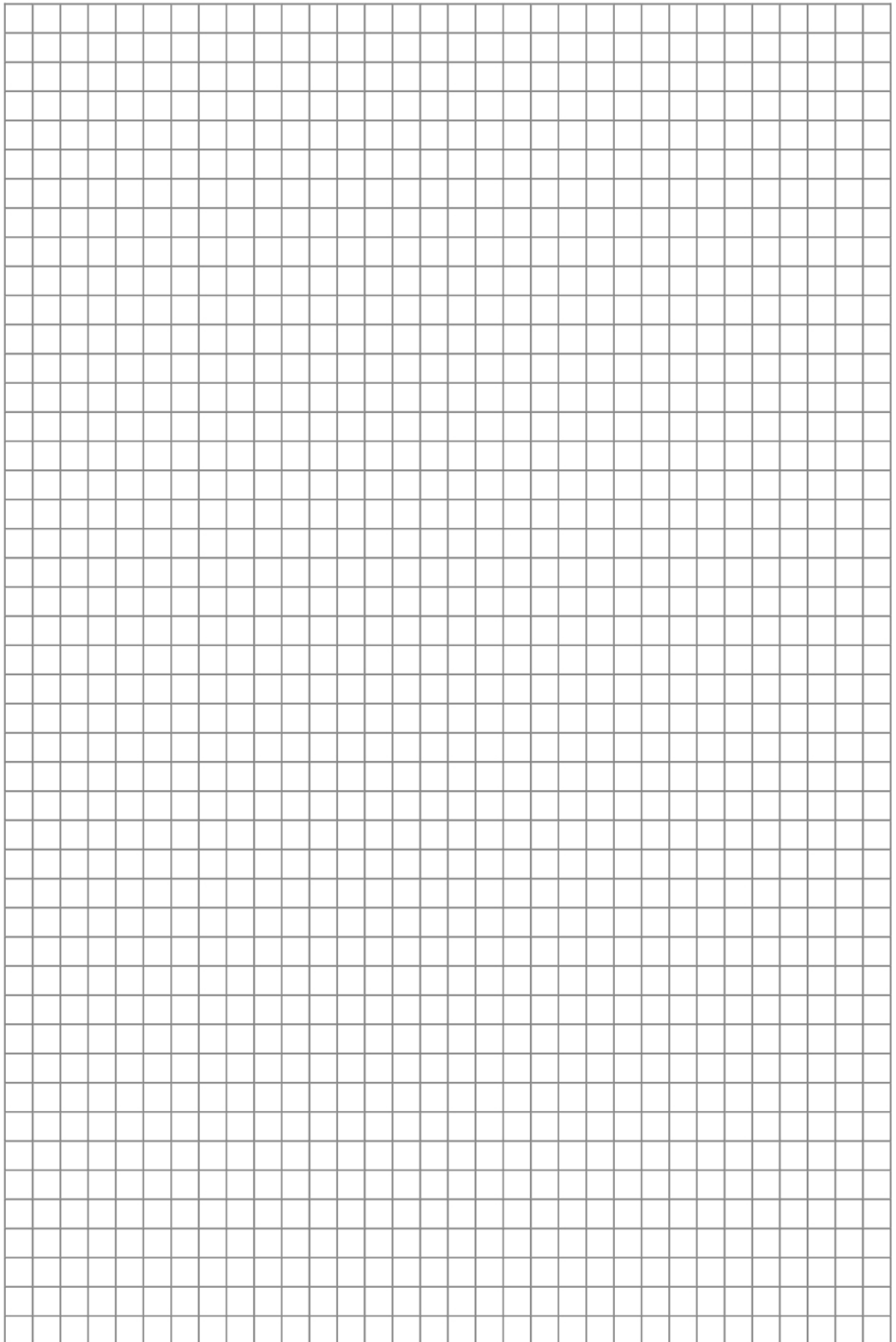
- Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz na nim dane kąty.
- Oblicz objętość ostrosłupa.

**Zadanie 19. (5 pkt)**

W pierwszej loterii jest  $n$  ( $n > 2$ ) losów, w tym jeden los wygrywający. W drugiej loterii  $2n$  losów, w tym dwa wygrywające. W której z loterii należy kupić dwa losy, aby mieć większą szansę wygranej? Odpowiedź uzasadnij.

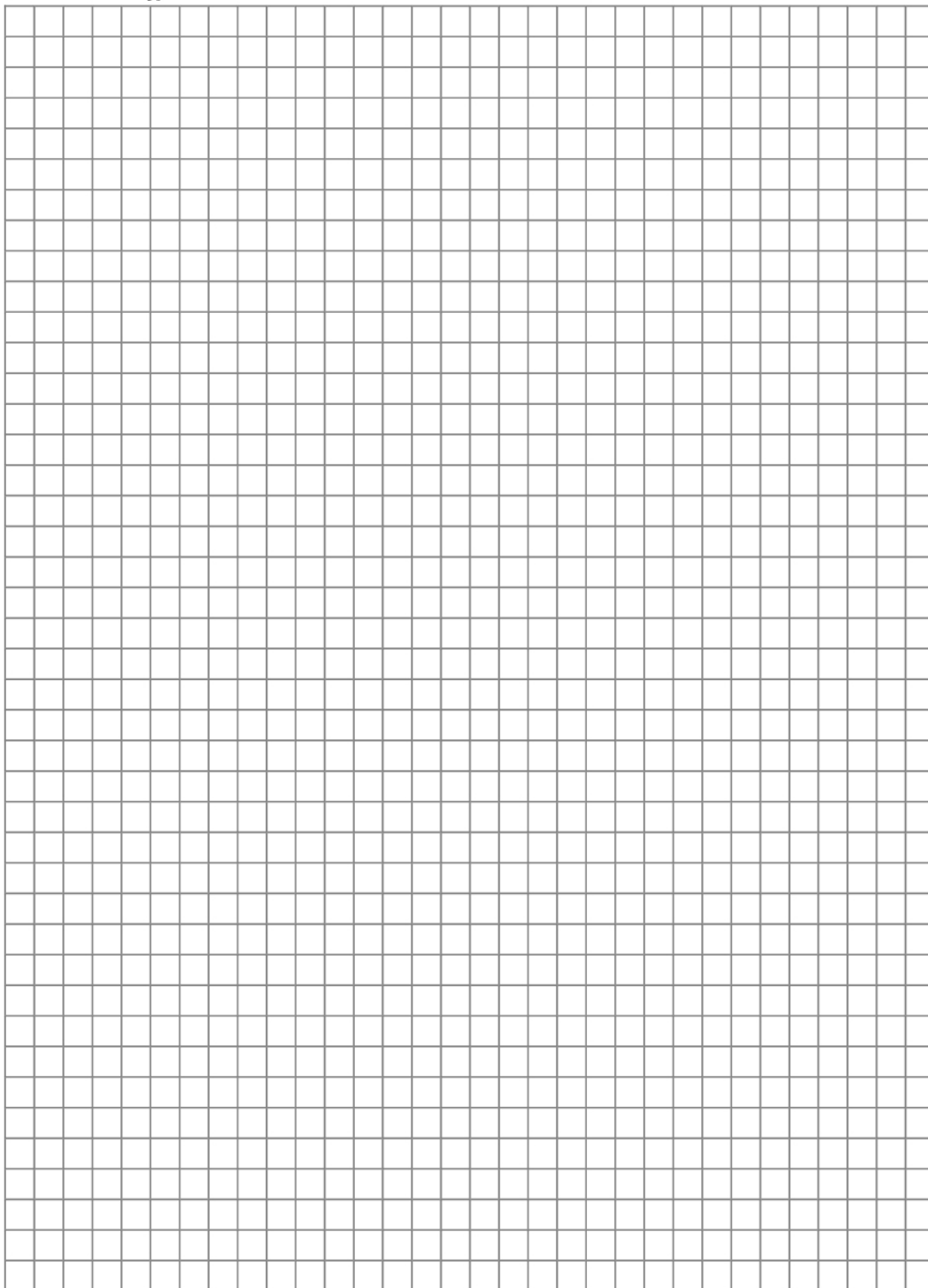


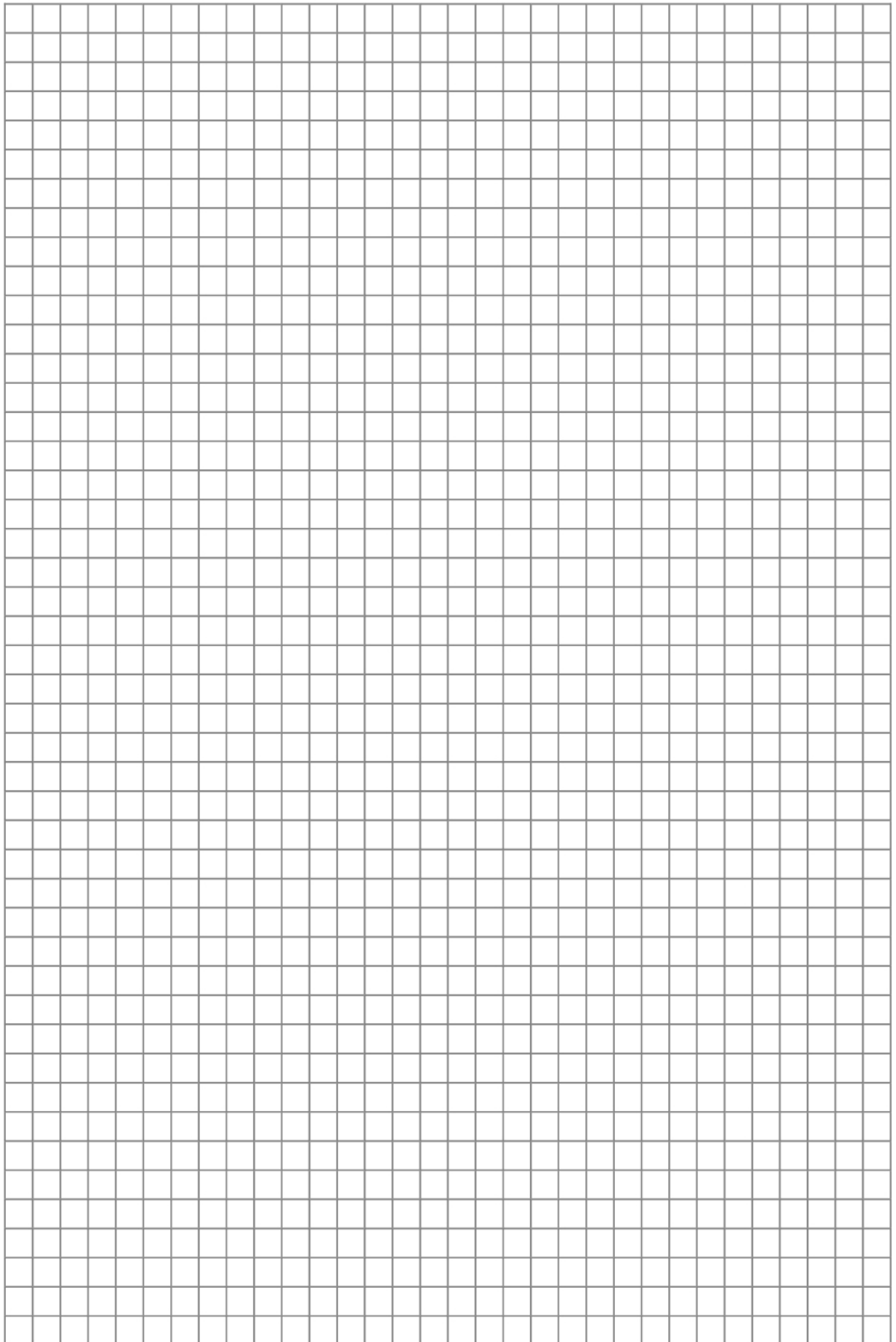




**Zadanie 20. (7 pkt)**

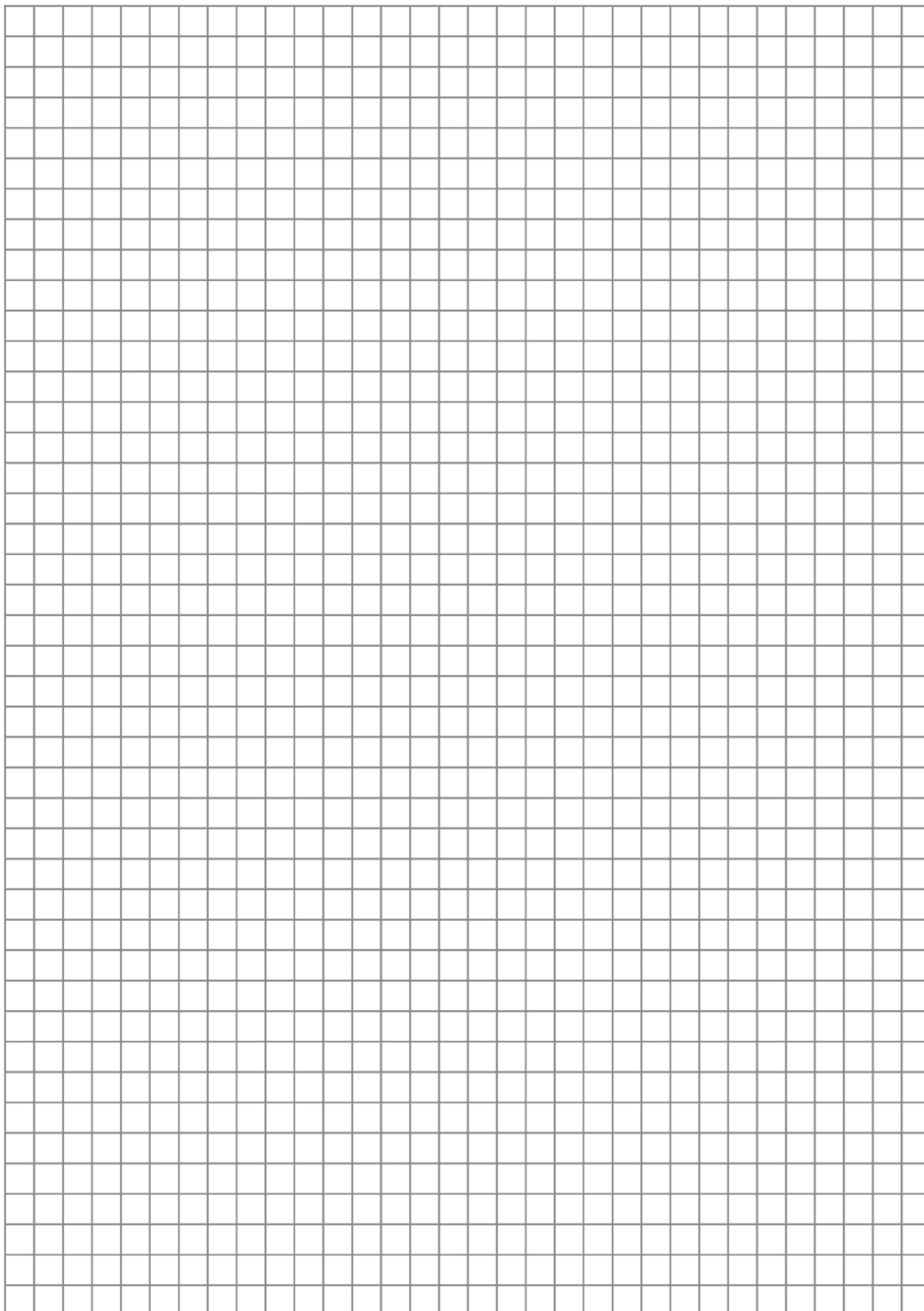
Różnica ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  jest liczbą mniejszą od 1. Wyznacz najmniejszą wartość wyrażenia  $\frac{a_1 \cdot a_{49}}{a_{50}}$  wiedząc, że  $a_{51} = 1$ .





**Zadanie 21. (5 pkt)**

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste spełniające równanie:  $(5 - x)^{x^3 - 4x^2 + x + 6} = 1$ .





## **Brudnopis**





