

**EGZAMIN MATURALNY  
W ROKU SZKOLNYM 2017/2018**

**FIZYKA**

**POZIOM ROZSZERZONY**

**FORMUŁA OD 2015**

**(„NOWA MATURA”)**

**ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ**

**ARKUSZ MFA-R1**

**CZERWIEC 2018**

*Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.*

### Zadanie 1.1. (0–2)

#### Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowa postać i prawidłowa metoda wyprowadzenia wyrażenia na różnicę czasów.  
 1 p. – zapisanie wyrażenia na różnicę czasów z uwzględnieniem danych w zadaniu oraz z uwzględnieniem równań ruchu jednostajnego.  
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Przykładowe rozwiązanie

Wprowadzimy oznaczenia zgodne z treścią zadania i skorzystamy z równań ruchu jednostajnego:

$$v_A = v_{max}, \quad v_B = v_{max} - \Delta v, \quad s_A = s_B = d, \quad t_A = \frac{d}{v_A}, \quad t_B = \frac{d}{v_B}$$

Wyprowadzamy wyrażenie na różnicę czasów  $t_B - t_A$ :

$$\Delta t = \frac{d}{v_B} - \frac{d}{v_A} \rightarrow \Delta t = \frac{d(v_A - v_B)}{v_B v_A} \rightarrow \Delta t = \frac{d\Delta v}{(v_{max} - \Delta v)v_{max}} = \frac{d\Delta v}{v_{max}^2 - v_{max}\Delta v}$$

### Zadanie 1.2. (0–2)

#### Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowa metoda obliczenia różnicy prędkości samochodów oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.  
 1 p. – prawidłowe przekształcenie wzoru na różnicę czasów lub zapisanie równań pozwalających obliczyć różnicę prędkości  
*lub*  
 – wyznaczenie czasu, w jakim drugi samochód przejechał odcinek autostrady o długości 10 km (około 287 s).  
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Przykładowe rozwiązanie

Żeby obliczyć różnicę wartości prędkości samochodów, przekształcamy wzór na różnicę czasów i podstawiamy dane liczbowe:

$$\Delta t = \frac{d\Delta v}{v_{max}^2 - v_{max}\Delta v} \rightarrow \Delta v = \frac{v_{max}^2 \Delta t}{d + v_{max}\Delta t} \rightarrow \Delta v = 4,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

### Zadanie 2. (0–1)

#### Schemat punktowania

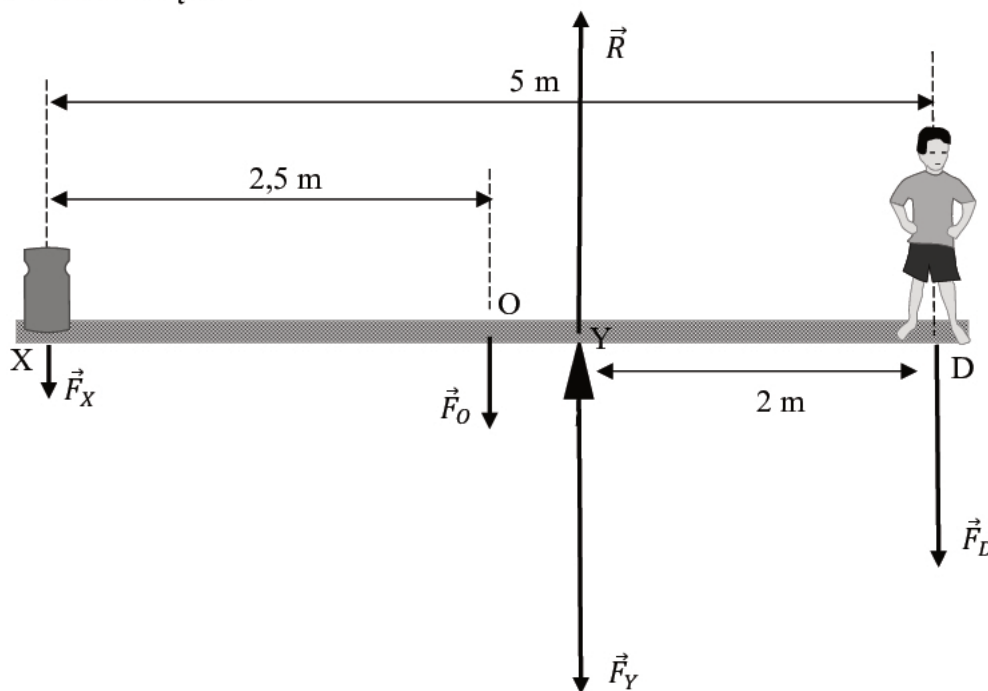
- 1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.  
 0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

#### Poprawna odpowiedź

A

**Zadanie 3. (0–4)****Schemat punktowania**

- 4 p. – prawidłowa metoda rozwiązania i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.  
 3 p. – prawidłowe zapisanie równowagi sił oraz momentów sił łącznie z prawidłową identyfikacją długości ramion sił względem punktu Y.  
 2 p. – zapisanie równowagi sił oraz momentów sił (bez identyfikacji długości ramion sił).  
*lub*  
 – prawidłowe obliczenie ciężaru lub masy ciężarka.  
 1 p. – prawidłowe zapisanie równowagi sił (skorzystanie z I i III zasady dynamiki, równoważne zapisom w 1) i 3) poniżej)  
*lub*  
 – prawidłowe zapisanie równowagi momentów sił.  
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Belka jest w równowadze, gdy: 1) działające na nią siły równoważą się, 2) działające na nią momenty tych sił równoważą się:

$$1) F_X + F_O + F_D = R$$

$$2) F_X \cdot |XY| + F_O \cdot |OY| = F_D \cdot |YD| \quad - \text{względem punktu Y}$$

Ponadto z trzeciej zasady dynamiki wiemy, że: 3)  $F_Y = R$

Z równania 2) obliczamy wartość siły  $F_X$  (równej ciężarowi odważnika):

$$F_X \cdot 3 \text{ m} + 10 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0,5 \text{ m} = 40 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 2 \text{ m} \rightarrow F_X = 245 \text{ N}$$

Z równań 2) i 3) obliczamy wartość siły  $F_Y$ :

$$F_Y = 245 \text{ N} + 10 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} + 40 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \approx 736 \text{ N}$$

**Zadanie 4.1. (0–1)****Schemat punktowania**

- 1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.  
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

A – 2

**Zadanie 4.2. (0–2)****Schemat punktowania**

- 2 p. – wykazanie proporcjonalności kwadratu prędkości granicznej do masy skoczka oraz prawidłowe obliczenie prędkości granicznej (wynik podany z jednostką).  
1 p. – wykazanie proporcjonalności kwadratu prędkości granicznej do masy skoczka.  
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Wykazujemy proporcjonalność kwadratu prędkości granicznej ( $v_g^2$ ) do masy skoczka ( $m$ ). Gdy skoczek opada z ustaloną prędkością graniczną, to siła oporów powietrza działająca na skoczka równoważy siłę grawitacji:

$$F_g = F_{op} \quad \rightarrow \quad mg = \beta d^2 v_g^2 \quad \rightarrow \quad v_g^2 = \frac{g}{\beta d^2} \cdot m \quad \rightarrow \quad v_g^2 \sim m$$

Obliczamy prędkość graniczną dla masy 115 kg:

$$v_g^2 = \frac{9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{2,6 \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^4} \cdot 7^2 \text{ m}^2} \cdot 115 \text{ kg} = 8,86 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \quad \rightarrow \quad v_g \approx 2,98 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Zadanie 4.3. (0–3)****Schemat punktowania**

- 3 p. – prawidłowa metoda rozwiązania i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.  
2 p. – zapisanie drugiej zasady dynamiki (łącznie z uwzględnieniem zwrotu wektora przyspieszenia bądź zwrotu siły wypadkowej) oraz zastosowanie wzorów na siłę oporu i siłę grawitacji (łącznie z identyfikacją wielkości w nich występujących).  
1 p. – zapisanie drugiej zasady dynamiki łącznie z uwzględnieniem zwrotu wektora przyspieszenia bądź zwrotu siły wypadkowej (tzn. w przypadku zapisu  $ma = F_g - F_{op}$  konieczna jest wzmianka, że  $F_{op} > F_g$  lub komentarz do ujemnego wyniku przyspieszenia, natomiast zapis  $ma = F_{op} - F_g$  już ten fakt domyślnie uwzględnia).  
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Tuż przed osiągnięciem prędkości granicznej ruch skoczka jest opóźniony, co oznacza, że:

$$1) F_{op} > F_g$$

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki mamy:

$$2) ma = F_{op} - F_g$$

gdzie  $a$  jest wartością bezwzględną opóźnienia ruchu.

Do powyższego podstawiamy wzór na siłę oporu oraz siłę grawitacji i obliczamy opóźnienie

$$3) ma = \beta d^2 v^2 - mg$$

$$4) a = \frac{\beta d^2 v^2}{m} - g \rightarrow a = \frac{2,6 \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^4} \cdot 7^2 \text{ m}^2 \cdot 4^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{115 \text{ kg}} - 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 7,92 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

### Zadanie 5.1. (0–2)

#### Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowo zapisane wyrażenie na siłę działającą na ciało A.  
 1 p. – zapisanie siły działającej na ciało A jako sumy sił od oddziaływania z B i C oraz zastosowanie wzoru na siłę grawitacji pomiędzy dwoma masami sferycznymi.  
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Przykładowe rozwiązanie

Obliczamy siłę wypadkową działającą na A i pochodzącą od oddziaływań grawitacyjnych z B i C.

$$F_{ABC} = F_{AB} + F_{AC} \rightarrow F_{ABC} = \frac{Gm \cdot m}{r^2} + \frac{Gm \cdot m}{(2r)^2} = \frac{Gm^2}{r^2} + \frac{Gm^2}{4r^2} \rightarrow F = \frac{5}{4} \cdot \frac{Gm^2}{r^2}$$

### Zadanie 5.2. (0–2)

#### Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowa metoda wykazania, że  $x$  nie może być równe  $1,5r$ .  
 1 p. – zapisanie wzoru na siłę  $F_{AD}$  – siłę pomiędzy ciałem A i ciałem  $2m$  umieszczonym w punkcie D  
 lub  
 – zapisanie wzoru  $\frac{5}{4} \cdot \frac{Gm^2}{r^2} = F_{AD}$ .  
 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Przykładowe rozwiązanie

Obliczymy odległość  $x$  ciała D od A, przy której siła działająca na A w oddziaływaniu z D jest taka, jak poprzednio (tzn. jak w oddziaływaniu z ciałami B i C):

$$F_{ABC} = F_{AD}, \quad F_{AD} = \frac{Gm \cdot 2m}{x^2}$$

$$F = F_{AD}, \quad \frac{5}{4} \cdot \frac{Gm^2}{r^2} = \frac{Gm \cdot 2m}{x^2} \rightarrow x^2 = \frac{8}{5} \cdot r^2 \rightarrow x \approx 1,26r \rightarrow x \neq 1,5r$$

Z tego wynika, że środek D nie leży na środku odcinka BC.

### Zadanie 6. (0–1)

#### Schemat punktowania

- 1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.  
 0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

#### Poprawna odpowiedź

D

**Zadanie 7. (0–1)****Schemat punktowania**

- 1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.  
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

C – 3

**Zadanie 8. (0–2)****Schemat punktowania**

- 2 p. – cztery wpisy prawidłowe.  
1 p. – co najmniej dwa wpisy prawidłowe.  
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Poprawne odpowiedzi**

1. Objętość gazu rośnie w **a.**, **b.**
2. Energia wewnętrzna gazu rośnie w **a.**
3. Ciepło jest oddawane przez gaz do otoczenia w **c.**, **d.**
4. Objętość gazu się zmienia w **e.**

**Zadanie 9.1. (0–4)****Schemat punktowania a)**

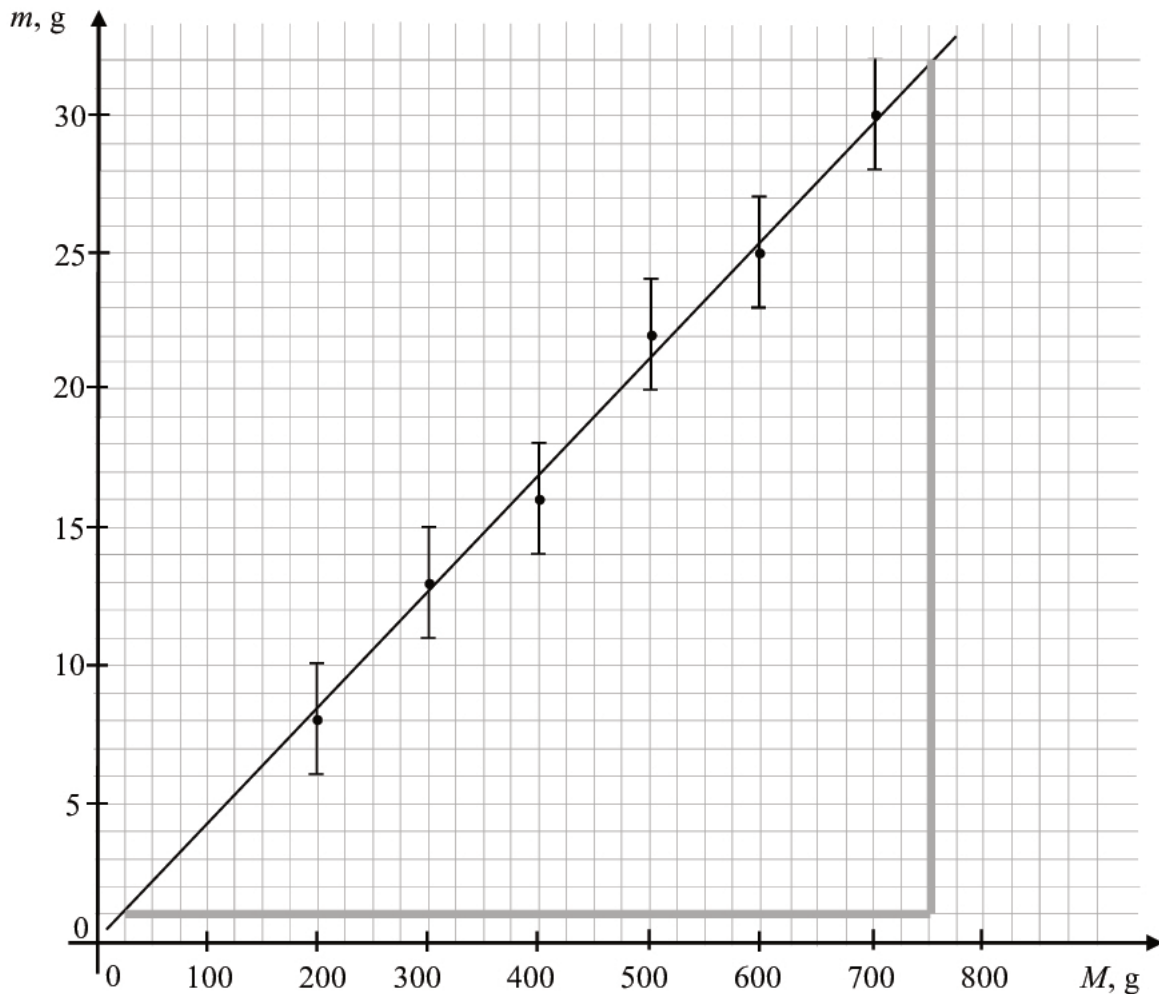
- 3 p. – prawidłowe podpisanie i wyskalowanie osi oraz prawidłowe naniesienie punktów na wykres wraz z niepewnościami pomiarowymi oraz prawidłowe narysowanie prostej najlepszego dopasowania
- 2 p. – prawidłowe podpisanie i wyskalowanie osi oraz prawidłowe naniesienie punktów na wykres wraz z niepewnościami pomiarowymi  
*lub*  
– prawidłowe podpisanie i wyskalowanie osi oraz prawidłowe naniesienie punktów i narysowanie prostej najlepszego dopasowania (bez niepewności pomiarowych).
- 1 p. – prawidłowe podpisanie i wyskalowanie osi oraz prawidłowe naniesienie punktów na wykres.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Schemat punktowania b)**

- 1 p. – prawidłowe wyznaczenie z wykresu współczynnika proporcjonalności.  
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Przykładowe rozwiązanie a)**

Poniżej wykres zależności  $m(M)$ . Na rysunku dorysowano dodatkowo dwie prostopadłe linie pomocnicze (szare) pomocne do wyznaczenia współczynnika proporcjonalności.

**Przykładowe rozwiązanie b)**

Odczytujemy współczynnik proporcjonalności z wykresu zależności  $m(M)$ :

$$a = \frac{\Delta m}{\Delta M} = \frac{31 \text{ g}}{725 \text{ g}} = 0,0428 \approx 0,043$$

**Zadanie 9.2. (0–2)****Schemat punktowania**

2 p. – prawidłowo wyznaczone wyrażenie  $a$  w zapisie  $\frac{m}{M} = a$  lub  $m = aM$ .

1 p. – zapisanie bilansu energii z uwzględnieniem procesów: ogrzewania mleka, skraplania pary wodnej i schładzania wody, łącznie z prawidłową identyfikacją zmian temperatur:  $\Delta T_M, \Delta T_w$ .

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Korzystamy z bilansu energii: ciepło oddane przez parę wodną i powstałą z niej wodę jest równe ciepłu, które pobrało mleko:

$$Q_{woda} + Q_{para} = Q_{mleko} \rightarrow mc_w \Delta T_w + mL = Mc_M \Delta T_M$$

$$mc_w(100^\circ\text{C} - 38^\circ\text{C}) + mL = Mc_M(38^\circ\text{C} - 8^\circ\text{C}) \rightarrow mc_w 62^\circ\text{C} + mL = Mc_M 30^\circ\text{C}$$

$$\frac{m}{M} = \frac{30^\circ\text{C} \cdot c_M}{L + c_w \cdot 62^\circ\text{C}}$$

**Zadanie 9.3. (0–2)****Schemat punktowania**

2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 p. – poprawne porównanie wyznaczonej doświadczalnie wartości  $a$  z wyrażeniem dla  $a$ .

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Porównujemy wartość współczynnika proporcjonalności wyznaczoną doświadczalnie ze wzorem uzyskanym w modelu zjawiska. Uwaga – wartości różnic temperatur w skali Kelwina i Celsjusza są takie same (dlatego pozostawiamy je bez przeliczania).

$$0,043 = \frac{30 \text{ }^\circ\text{C} \cdot c_M}{2,5 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{g}} + 4,2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 62 \text{ }^\circ\text{C}} \rightarrow c_M = 3,96 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot^\circ\text{C}} \approx 4,0 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot^\circ\text{C}}$$

**Zadanie 10.1. (0–1)****Schemat punktowania**

1 p. – prawidłowe wyznaczenie czasu.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawne rozwiązanie**

Energia kinetyczna uzyskuje wartość maksymalną podczas ruchu drgającego gdy ciało przechodzi przez położenie równowagi sił (wtedy jest zerowe wychylenie). Czas jaki upłynie w ruchu drgającym od maksymalnego do zerowego wychylenia, wynosi ćwierć okresu:

$$t = \frac{T}{4} = 0,625 \text{ s}$$

**Zadanie 10.2. (0–2)****Schemat punktowania**

2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 p. – zapisanie wzoru na maksymalną energię kinetyczną w ruchu drgającym z uwzględnieniem związku pomiędzy prędkością maksymalną i maksymalnym wychyleniem.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Maksymalną energię kinetyczną w ruchu drgającym wyznaczymy ze wzoru na energię kinetyczną i związku pomiędzy prędkością maksymalną w ruchu drgającym i maksymalnym wychyleniem:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_{max}^2, \quad v_{max} = x_{max} \cdot \frac{2\pi}{T} \rightarrow E_{kin} = \frac{1}{2} m x_{max}^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Podstawiamy dane do obliczeń:  $x_{max} = 6 \text{ cm}$  oraz  $T = 2,5 \text{ s}$ .

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 0,06^2 \text{ m}^2 \cdot \frac{4 \cdot 3,14^2}{2,5^2 \text{ s}^2} = 2,27 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$



**Zadanie 10.3. (0–3)****Schemat punktowania**

3 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 p. – zapisanie wzoru (sposób 1) na maksymalną siłę wypadkową:  $F_{w\ max} = F_{s\ max} - F_g$  oraz poprawne obliczenie maksymalnego przyspieszenia lub maksymalnej siły wypadkowej ze wzoru  $F_{w\ max} = ma_{max}$

lub

– zapisanie wzoru (sposób 2) na maksymalną wartość siły sprężystości w postaci:  $F_{s\ max} = k(x_0 + x_{max})$  łącznie z uwzględnieniem warunku równowagi sił:  $kx_0 = mg$  oraz prawidłowe obliczenie  $k$ .

1 p. – zapisanie wzoru (sposób 1) na wartość maks. siły wypadkowej:  $F_{w\ max} = F_{s\ max} - F_g$  łącznie z uwzględnieniem związku pomiędzy maksymalnym przyspieszeniem i maksymalnym wychyleniem

lub

– zapisanie wzoru (sposób 2) na maksymalną wartość siły sprężystości w postaci:  $F_{s\ max} = k(x_0 + x_{max})$  łącznie z uwzględnieniem warunku równowagi sił:  $kx_0 = mg$ .

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**Sposób 1

Drganie ciężarka odbywa się pod wpływem siły wypadkowej (z siły sprężystości oraz siły grawitacji):

$$\vec{F}_w = \vec{F}_s + \vec{F}_g$$

Siła sprężystości osiąga wartość maksymalną przy najniższym wychyleniu ciężarka (sprężyna jest wtedy najbardziej rozciągnięta). W tej sytuacji także siła wypadkowa osiąga wartość największą, ponieważ to położenie jest również maksymalnym wychyleniem z położenia równowagi sił. Wartości sił w takim położeniu ciężarka wiąże relacja:

$$F_{w\ max} = F_{s\ max} - F_g \quad \rightarrow \quad F_{s\ max} = F_{w\ max} + F_g$$

Maksymalną wartość siły wypadkowej możemy wyznaczyć z drugiej zasady dynamiki i związku pomiędzy maksymalnym przyspieszeniem w ruchu drgającym i maksymalnym wychyleniem:

$$F_{w\ max} = ma_{max}, \quad a_{max} = x_{max} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad \rightarrow \quad F_{w\ max} = mx_{max} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Podstawiamy dane do obliczeń:  $x_{max} = 6$  cm oraz  $T = 2,5$  s.

$$F_{w\ max} = 0,2 \text{ kg} \cdot 0,06 \text{ m} \cdot \frac{4 \cdot 3,14^2}{2,5^2 \text{ s}^2} = 7,57 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Na koniec obliczamy wartość maksymalnej siły sprężystości

$$F_{s\ max} = F_{w\ max} + mg \quad \rightarrow \quad F_{s\ max} = 7,57 \cdot 10^{-2} \text{ N} + 1,96 \text{ N} \approx 2,04 \text{ N}$$

Sposób 2

Maksymalna wartość siły sprężystości wynosi:

$$F_{s\ max} = k(x_0 + x_{max})$$

gdzie  $x_{max}$  jest amplitudą drgania,  $x_0$  to wartość wydłużenia sprężyny ponad jej długość swobodną w położeniu równowagi siły grawitacji i siły sprężystości:

$$kx_0 = mg$$

Współczynnik  $k$  wyznaczmy ze wzoru na okres:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k \approx 1,26 \text{ N/m}$$

Obliczamy  $x_0$ :

$$x_0 = \frac{mg}{k} \approx 1,56 \text{ m}$$

Obliczamy  $F_{s\max}$ :

$$F_{s\max} = k(x_0 + x_{\max}) \approx 1,26 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (1,56 \text{ m} + 0,06 \text{ m}) \approx 2,04 \text{ N}$$

### Zadanie 11.1. (0–2)

#### Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowe podkreślenia w obu zdaniach.
- 1 p. – prawidłowe podkreślenie w jednym zdaniu.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Poprawna odpowiedź

Częstotliwość światła, które przeszło do szkła, jest (*większa niż / mniejsza niż / taka sama, jak*) częstotliwość tego światła w próżni.

Długość fali światła, które przeszło do szkła, jest (*większa niż / mniejsza niż / taka sama jak*) długość fali tego światła w próżni.

### Zadanie 11.2. (0–2)

#### Schemat punktowania

- 2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
- 1 p. – zapisanie w jakiegokolwiek formie prawa Snelliusa łącznie z uwzględnieniem (w osobnych zapisach, lub w zapisie prawa Snelliusa) związków 2) – 4) wymienionych poniżej.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Przykładowe rozwiązanie

Korzystamy z: 1) prawa Snelliusa, 2) wzoru z prędkościami na współczynnik załamania światła w szkłe, 3) związku pomiędzy parametrami fali, 4) własności zachowania częstotliwości fali przechodzącej przez dwa ośrodki.

$$1) \frac{\sin \alpha_{pr}}{\sin \alpha_{szk}} = n_{szk}, \quad 2) n_{szk} = \frac{c}{v_{szk}}, \quad 3) v = f\lambda, \quad 4) f_{szk} = f_{pr}$$

Z powyższych zależności wyznaczamy długość fali światła w szkłe:

$$\frac{\sin \alpha_{pr}}{\sin \alpha_{szk}} = \frac{\lambda_{pr}}{\lambda_{szk}} \rightarrow \lambda_{szk} = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 45^\circ} \cdot 628 \text{ nm} = 375 \text{ nm} \approx 380 \text{ nm}$$

**Zadanie 11.3. (0–2)****Schemat punktowania**

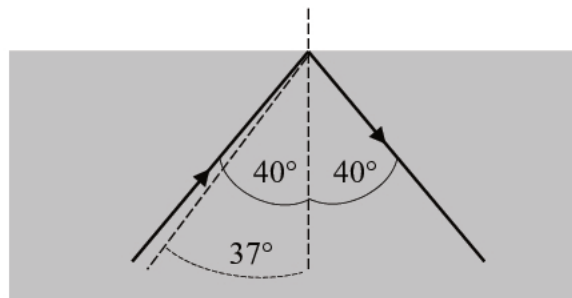
- 2 p. – prawidłowe obliczenie kąta granicznego oraz prawidłowe narysowanie promienia odbitego pod kątem 40 stopni  
*lub*  
 – wykazanie, że promień musi się odbić od granicy ośrodków, ponieważ nie istnieje kąt, którego sinus wynosi  $\frac{\sin 45^\circ}{\sin 25^\circ} \cdot \sin 40^\circ > 1$  oraz prawidłowe narysowanie promienia odbitego pod kątem 40 stopni.
- 1 p. – zapisanie wzorów umożliwiających wyznaczenie (korzystając z danych) kąta granicznego w szkle: wzoru na sinus kąta granicznego i wzoru (z sinusami) na współczynnik załamania światła w szkle  
*lub*  
 – narysowanie promienia odbitego (tylko!) pod kątem 40 stopni.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Żeby dorysować promień musimy ustalić, czy ten promień wyjdzie ze szkła do powietrza, czy też może nastąpi całkowite wewnętrzne odbicie. W tym celu obliczamy kąt graniczny dla szkła:

$$\sin \alpha_g = \frac{1}{n_{szk}} \rightarrow \sin \alpha_g = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 45^\circ} = 0,60 \rightarrow \alpha_g \approx 37^\circ$$

Ponieważ kąt padania na granicę ośrodków od strony szkła jest większy od kąta granicznego, to nastąpi całkowite wewnętrzne odbicie tego promienia od granicy ośrodków.

**Zadanie 12. (0–3)****Schemat punktowania**

- 3 p. – prawidłowa metoda oraz wykazanie, że paczka nie zanurzy się w wodzie.
- 2 p. – zapisanie warunku równowagi sił łącznie z prawidłowym zapisem wzorów (oddzielnie lub w warunku równowagi sił): na siłę wyporu Archimedesesa oraz siłę grawitacji – wzorów uwzględniających odpowiednie gęstości i objętości.
- 1 p. – zapisanie warunku równowagi sił: ciężaru paczki i kry oraz siły wyporu Archimedesesa.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**Sposób 1

Obliczymy konieczną do zrównoważenia ciężaru kry i paczki objętość wypartej wody. Zapisujemy warunek równowagi sił: ciężaru kry lodowej  $\vec{Q}_l$  razem z ciężarem paczki  $\vec{Q}_p$  oraz siły wyporu Archimedesesa  $\vec{F}_A$ :

$$Q_p + Q_l = F_A \rightarrow m_p g + \rho_l V_{kry} g = \rho_w V_{ww} g$$

$$V_{ww} = \frac{m_p + \rho_l V_{kry}}{\rho_w} \rightarrow V_{ww} = \frac{50 \text{ kg} + 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,75 \text{ m}^3}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,74 \text{ m}^3$$

Konieczna do zrównoważenia objętość wypartej wody jest mniejsza od objętości kry lodowej, w związku z czym możliwa jest opisana sytuacja, w której paczka nie zanurzy się w wodzie.

### Sposób 2

Obliczymy największą masę, jaką mogłaby utrzymać kra i porównamy z masą paczki. Przyjmujemy, że objętość wypartej wody jest równa objętości kry lodowej. Zapisujemy warunek równowagi sił: ciężaru kry lodowej  $\vec{Q}_l$  razem z maksymalnym obciążeniem  $\vec{Q}_{max}$  oraz siły wyporu Archimedesesa  $\vec{F}_A$ :

$$Q_{max} + Q_l = F_A \quad \rightarrow \quad m_{max}g + \rho_l V_{kry}g = \rho_w V_{kry}g$$

$$m_{max} = \rho_w V_{kry} - \rho_l V_{kry} \quad \rightarrow \quad m_{max} = 60 \text{ kg}$$

### Zadanie 13. (0–2)

#### Schemat punktowania

2 p. – poprawne wszystkie zaznaczenia.

1 p. – zaznaczenia odpowiedzi 1. **P** i 2. **F** lub zaznaczenie odpowiedzi 3. **F** i 4. **P**.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Poprawna odpowiedź

1. **P** 2. **F** 3. **F** 4. **P**

### Zadanie 14. (0–2)

#### Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe uzupełnienie obydwu ciągów reakcji, tzn. poprawne wpisanie przemian w każdym ciągu reakcji oraz prawidłowe wpisanie izotopu pośredniego, z uwzględnieniem jego liczb atomowych i masowych.

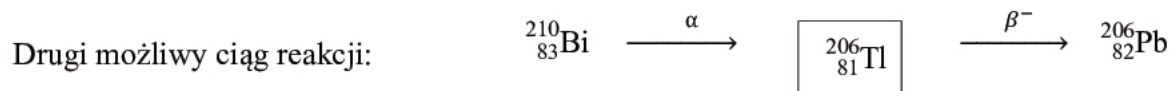
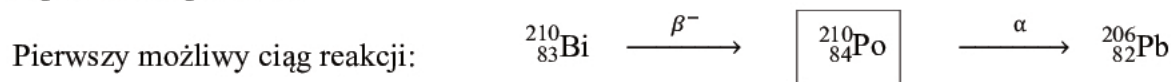
1 p. – prawidłowe uzupełnienie jednego ciągu reakcji, tzn. poprawne wpisanie przemian w jednym ciągu reakcji oraz prawidłowe wpisanie izotopu pośredniego, z uwzględnieniem jego liczb atomowych i masowych

*lub*

– prawidłowe wpisanie przemian w obu ciągach reakcji i błędy w identyfikacji izotopów pośrednich.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Poprawne odpowiedzi



### Zadanie 15. (0–1)

#### Schemat punktowania

1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.

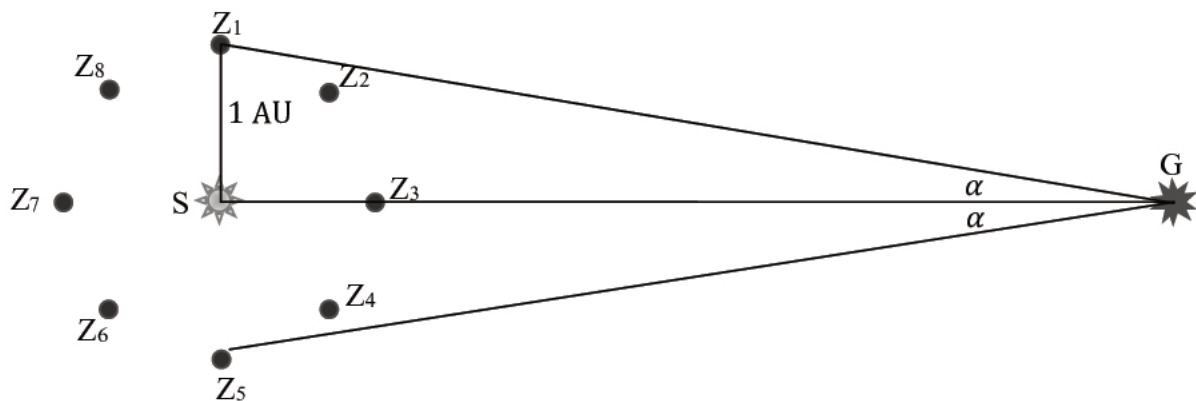
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

#### Poprawna odpowiedź

A – 1

**Zadanie 16.1. (0–2)****Schemat punktowania**

- 2 p. – prawidłowe narysowanie kierunków  $Z_1G$  (lub  $Z_5G$ ) oraz  $Z_3G$  (lub  $Z_7G$ ) i wpisanie pomiędzy nimi kąta  $\alpha$ , lub narysowanie kierunków  $Z_1G$  oraz  $Z_5G$  i wpisanie pomiędzy nimi kąta  $2\alpha$  i prawidłowe oznaczenie odcinka o długości 1 AU (odcinek  $Z_1S$ ).
- 1 p. – prawidłowe narysowanie i oznaczenie odcinka o długości 1 AU  
lub  
– prawidłowe narysowanie kierunków obserwacji i oznaczenie kąta  $\alpha$ .
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie****Zadanie 16.2 (0–1)****Schemat punktowania**

- 1 p. – prawidłowe zapisanie wzoru.
- 0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Przykładowe rozwiązanie**

Zapisanie jednego ze wzorów (gdzie  $d = SG$  oraz  $|SZ_1| = 1 \text{ AU}$ , ponadto  $|Z_1G| \approx |SG|$ , a kąt  $\alpha$  wyrażony jest w radianach):

$$\frac{|SZ_1|}{|SG|} = \text{tg } \alpha \quad \rightarrow \quad d = \frac{1 \text{ AU}}{\text{tg } \alpha} \quad \text{lub} \quad d \approx \frac{1 \text{ AU}}{\sin \alpha} \quad \text{lub} \quad d \approx \frac{1 \text{ AU}}{\alpha} [\text{rad}]$$

**Zadanie 16.3 (0–1)****Schemat punktowania**

- 1 p. – zapisanie prawidłowej odpowiedzi.
- 0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Przykładowa odpowiedź**

Dalej od Słońca jest gwiazda Syriusz, ponieważ kąt paralaksy heliocentrycznej dla tej gwiazdy jest mniejszy.

**Zadanie 17.1. (0–2)****Schemat punktowania**

- 2 p. – zapisanie, że należy znać częstotliwości fali promieniowania (lub długości fali):  
 $f_{max}$  – zarejestrowaną, gdy gwiazda się zbliża do obserwatora i ma największą prędkość;  
 $f_{min}$  – zarejestrowaną, gdy gwiazda się oddala od obserwatora i ma największą prędkość  
lub jedną z wymienionych i  $f_0$  – częstotliwość promieniowania w układzie spoczynkowym gwiazdy.
- 1 p. – odpowiedzi niepełne (np. „mierzy się maksymalną i minimalną częstotliwość promieniowania”, bez odwołania się do ich związku z ruchem gwiazdy).
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowa odpowiedź**Sposób 1

W opisanym w zadaniu przypadku ruchu gwiazdy, wystarczy znać maksymalną długość (lub minimalną częstotliwość  $f'_{min}$ ) fali elektromagnetycznej zarejestrowanej od oddalającej się radialnie gwiazdy oraz minimalną długość (lub maksymalną częstotliwość  $f'_{max}$ ) fali elektromagnetycznej zarejestrowanej od zbliżającej się radialnie gwiazdy. Wielkości te rejestrowane są gdy gwiazda ma największą prędkość radialną zwróconą od nas, następnie do nas.

*Uwaga dodatkowa 1: Wynika to ze wzoru na efekt Dopplera (poniżej relatywistyczne wzory, gdy źródło oddala się radialnie od obserwatora i gdy zbliża się radialnie do obserwatora):*

$$f'_{min} = f \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \quad f'_{max} = f \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad \rightarrow \quad v = \frac{1 - \frac{f'_{min}}{f'_{max}}}{1 + \frac{f'_{min}}{f'_{max}}} \cdot c$$

Sposób 2

Należy znać długość  $\lambda'$  (lub częstotliwość  $f'$ ) fali elektromagnetycznej zarejestrowanej od oddalającej się radialnie (lub zbliżającej się radialnie) gwiazdy i odpowiadającą jej długość  $\lambda$  (lub częstotliwość  $f$ ) tej fali w układzie spoczynkowym gwiazdy.

*Uwaga dodatkowa do 2: Wynika to ze wzoru na efekt Dopplera (poniżej relatywistyczny wzór, gdy źródło oddala się radialnie od obserwatora)*

$$f' = f \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \quad \rightarrow \quad v = \frac{1 - \left(\frac{f'}{f}\right)^2}{1 + \left(\frac{f'}{f}\right)^2} \cdot c$$

Uwaga

Uzasadnienia odwołujące się do znanych uczniom wzorów na efekt Dopplera należy uznać.

**Zadanie 17.2. (0–1)****Schemat punktowania**

- 1 p. – poprawne wszystkie zaznaczenia.  
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

1. F   2. F   3. P

**Zadanie 17.3. (0–1)****Schemat punktowania**

- 1 p. – prawidłowe wyjaśnienie odwołujące się do tego, że większa masa planety oznacza większe oddziaływanie grawitacyjne z gwiazdą, co przekłada się na większe zmiany prędkości gwiazdy, które z kolei jest łatwiej obserwować.
- 0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Przykładowa odpowiedź**

Badanie zmian prędkości radialnej gwiazdy związane jest z badaniem zmian periodycznego przesuwania się widma tej gwiazdy. Zmiany widma łatwiej jest badać, gdy są większe: tzn. gdy zmiany prędkości radialnej mają większą amplitudę. Gdy planetarny towarzysz gwiazdy ma większą masę, to:

- 1) środek masy układu jest bardziej oddalony od środka gwiazdy, a zatem ruch gwiazdy odbywa się po większej orbicie (co prowadzi do większych zmian prędkości).
- 2) siła oddziaływania grawitacyjnego pomiędzy gwiazdą i planetą jest większa, w związku z czym gwiazda uzyskuje większe zmiany prędkości.

Uwaga.

powyższe wyjaśnienia jakościowe mogą być poparte – lub zastąpione – ścisłym wzorem związanym z uwzględnieniem ruchu obu ciał względem środka ich masy:

$$\omega^2 = \frac{G(M + m)}{d^3}$$

gdzie  $d$  jest odległością pomiędzy ciałami. Widzimy, że jeżeli w powyższym wyrażeniu masa planety  $m$  rośnie, to rośnie także (dla ustalonego  $d$ ) prędkość kątowa  $\omega$  (zatem i liniowa) każdego z ciał – oznacza to wzrost zmian prędkości w kierunku obserwacji.

**Zadanie 17.4. (0–1)****Schemat punktowania**

- 1 p. – poprawne wymienienie zjawisk obserwowanych w metodzie tranzytu oraz zapisanie wielkości (co najmniej jednej), które można szacować na podstawie tych obserwacji.
- 0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Przykładowa odpowiedź**

W metodzie tranzytu obserwuje się regularne pociemnienia promieniowania spowodowane przejściem planety na tle tarczy gwiazdy. Rejestruje się związane z tym spadki natężenia promieniowania gwiazdy oraz czas trwania tych spadków natężenia promieniowania. Na podstawie tych wielkości szacuje się rozmiary planety oraz okres jej ruchu orbitalnego.