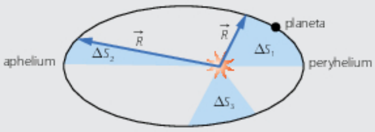
DRUGIE PRAWO KEPLERA

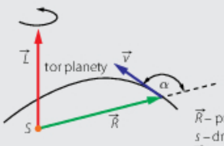
W jednakowych odstępach czasu promień wodzący planety zakreśla jednakowe pola $\Delta S_1 = \Delta S_2$:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \text{const}$$

S – oznacza pole zakreślone przez promień wodzący planety w danym odstępie czasu, np. miesiąca

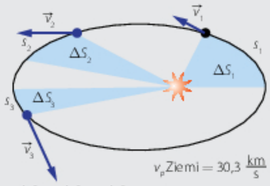


Drugie prawo Keplera wynika z prawa zachowania momentu pędu w układach, jaki tworzą Słońce i planetę. Wektor momentu pędu wyrażamy wzorem $\vec{L} = \vec{R} \times m\vec{v}$, przy czym jego wartość $L = mvR\sin\alpha$.



$\vec{R}$ – promień wodzący
s – droga przebyta w czasie Δt
$\vec{v}$ – prędkość planety styczna do orbity

Długość toru przebytego przez planetę w czasie Δt jest równa $s = v\Delta t$. Pole figury zakreślonej przez promień wodzący w bardzo krótkim czasie Δt nieznacznie różni się od trójkąta, którego pole równa się $\Delta S = \frac{1}{2} R v \Delta t \sin(180° - \alpha) = \frac{1}{2} R v \Delta t \sin\alpha$.



$v_3 > v_2 > v_1$

$s_3 > s_2 > s_1$

$\Delta S_1 = \Delta S_2 = \Delta S_3$ $\qquad \frac{\Delta S_1}{\Delta t} = \frac{\Delta S_2}{\Delta t} = \frac{\Delta S_3}{\Delta t} = \text{const}$

Stąd $R v \Delta t \sin\alpha = 2\frac{\Delta S}{\Delta t}$, zatem wartość wektora momentu pędu $L = 2m\frac{\Delta S}{\Delta t}$.

Ponieważ moment siły grawitacyjnej działającej na poruszającą się po orbicie planetę jest równy zeru, to moment pędu pozostaje stały. Zatem promień wodzący planety w równych odstępach czasu zakreśla takie same pola.

Z drugiego prawa Keplera wynika, że planeta porusza się najszybciej w peryhelium, a najwolniej w aphelium.

Drugie prawo Keplera możemy również sformułować, wprowadzając pojęcie szybkości polowej. Prawo to brzmi: szybkość polowa planety jest stała.

Szybkość polowa jest to stosunek pola powierzchni ΔS zakreślonej przez promień wodzący R w danym czasie Δt do tego czasu.

$$u = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

TRZECIE PRAWO KEPLERA UOGÓLNIONE

Przy ścisłej analizie ruchu planet należy uwzględnić, że układ Słońce–planeta porusza się wokół wspólnego środka masy. Środek masy Słońce–planeta znajduje się blisko Słońca. Dla takiej pary ciał otrzymujemy związek:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M_S + m)}{4\pi^2}$$

Stosunek sześcianu wielkiej półosi orbity do kwadratu okresu obiegu jest proporcjonalny do sumy mas obu ciał.

Dla dwu par ciał niebieskich Słońce–planeta o masie m_1 i okresie obiegu T_1 oraz Słońce–planeta o masie m_2 i okresie obiegu T_2 równanie ma postać:

$$\frac{T_1^2(M_S + m_1)}{T_2^2(M_S + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Związek ten nosi nazwę trzeciego uogólnionego prawa Keplera.

Prawa Keplera słuszne są również dla sztucznych i naturalnych satelitów planet. W tych przypadkach M jest masą planety, a m masą satelity. Często masa m ciała krążącego jest bardzo mała w porównaniu z masą M ciała centralnego i można wówczas zastosować przybliżenie $M + m \approx M$. Wynika stąd, że:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

$$\frac{GM}{4\pi^2} = \text{const}$$

Zatem $\frac{a^3}{T^2} = \text{const}$

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$$

Znając np. okresy obiegu Ziemi T_1 i badanej planety lub komety poruszającej się po orbicie eliptycznej wokół Słońca T_2 oraz odległość Ziemi od Słońca a_1, możemy obliczyć odległość tego obiektu od Słońca a_2.

Trzecie prawo Keplera w odniesieniu do ruchu planet wokół Słońca możemy zapisać w postaci:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \text{ lub } a^3 = T^2 C\text{, gdzie } C = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Trzecie potęgi średnich odległości od Słońca są wprost proporcjonalne do kwadratów okresów obiegu planet wokół Słońca.

wyjaśnienie i więcej informacji w vademecum maturalnym Wydawnictwa Operon

7.1. BUDOWA I WŁASNOŚCI JĄDER ATOMOWYCH

SKŁAD I ŁADUNEK JĄDER ATOMOWYCH

Każdy atom można opisać, podając jego symbol X oraz **liczbę atomową** Z i **liczbę masową** A.

Z – liczba atomowa (liczba porządkowa pierwiastka w układzie Mendelejewa). Określa ładunek dodatni jądra (jako wielokrotność ładunku elementarnego), czyli liczbie protonów w jądrze oraz liczbie elektronów w powłokach elektronowych atomu niezjonizowanego.

A – liczba masowa, czyli suma liczby protonów i neutronów

N – liczba neutronów.

$$A = N + Z,\ N = A - Z$$

${}^{A}_{Z}X$, np. ${}^{238}_{92}U$: $238-92=146$ neutronów, 92 protony i 92 elektrony.

Neutrony i protony noszą wspólną nazwę nukleonów.

Właściwości chemiczne pierwiastków prawie całkowicie zależą od liczby atomowej Z, natomiast minimalnie od masy atomowej. Wyjątkiem jest wodór.

IZOTOPY

Atomy danego pierwiastka mogą występować w różnych odmianach, przy czym niezmienna jest liczba protonów. Zachowany jest dodatni ładunek jądra, zmianie ulega liczba neutronów, a w związku z tym liczba masowa A.

Na przykład: wodór występuje w trzech odmianach izotopowych:

${}^{1}_{1}H$ – wodór normalny stanowiący 99,98% całego wodoru występującego w przyrodzie,

${}^{2}_{1}H$ – deuter – wodór ciężki, stanowiący 0,02%,

${}^{3}_{1}H$ – tryt – odmiana spotykana bardzo rzadko.

Odmiany izotopów uranu:

${}^{234}_{92}U$ – bardzo rzadki,

${}^{235}_{92}U$ – około 0,7%,

${}^{238}_{92}U$ – około 99,3%,

${}^{239}_{92}U$ – otrzymywany na drodze sztucznych przemian jądrowych.

MASA JĄDRA ATOMOWEGO

Prawie cała masa atomu skupiona jest w jądrze

$$M_j \cong Au,$$

gdzie $u = \frac{1}{12}$ masy niezjonizowanego atomu węgla ${}^{12}C$ nazywana jest jednostką masy atomowej.

Jednostka masy atomowej $1u = 1{,}6654^{-27}$ kg.

Masę jądra wyrażamy w jednostkach masy atomowej u. Masa jądra jest mniejsza od sumy mas tworzących je nukleonów.

GĘSTOŚĆ MATERII JĄDROWEJ

Przyjmując w przybliżeniu, że jądro ma kształt kulisty, obliczamy gęstość materii jądrowej:

$$\rho = \frac{M_j}{V}$$

$$\rho = \frac{Au}{\frac{4\pi R^3}{3}} = \frac{3u}{4\pi R_0^3}$$

Gęstość materii jądrowej jest stała i nie zależy od liczby nukleonów w jądrze. Dla średniego promienia jądra R_0 gęstość materii jądrowej wynosi:

$$\rho = 2{,}3 \cdot 10^{17}\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Gęstość materii jądrowej jest ogromna, nieporównywalna z gęstościami substancji złożonych z atomów i ich związków.

Jak dotąd nie udało się uzyskać szczegółowych danych dotyczących struktury rozkładu nukleonów w jądrze. Do badania struktury jąder potrzebne są akceleratory przyspieszające elektrony do takiej energii, aby odpowiadająca im długość fali była krótsza od wymiarów nuklidów, uzyskane w ten sposób dane są dokładniejsze.

ROZMIARY JĄDER ATOMOWYCH

Odległości jądrowe często wyrażamy w femtometrach:

$$1\ \text{fm} = 10^{-15}\,\text{m}$$

Średni promień jądra R zależy od $A^{\frac{1}{3}}$ (wzór otrzymany empirycznie) i wynosi:

$$R = R_0\sqrt[3]{A}$$

$$R_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-15}\ \text{m}$$

$$R_0 = 1{,}2\ \text{fm}$$

Rozmiary liniowe jąder są uwarunkowane siłami jądrowymi oddziałujących nukleonów. Średnica jądra uranu: $d_U = 14{,}9 \cdot 10^{-15}\ \text{m} = 14{,}9\ \text{fm}$.

Obszar jądra można określić jako część obszaru atomu, na zewnątrz której nie działają jądrowe siły przyciągania między nukleonami.

DEFICYT MASOWY

Masa spoczynkowa jądra jest mniejsza od sumy mas jego składników. Do utrzymania protonów i neutronów w jądrze potrzebna jest energia wiązania. Wyrażamy ją przez deficyt masy. Całkowita energia wiązania jądra jest równa pracy potrzebnej do rozbicia jądra na składowe nukleony bez nadania im energii kinetycznej.

$$\Delta m = \sum m_{\text{składników}} - m_{\text{jąder}}$$

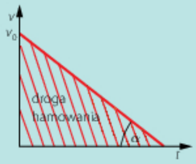
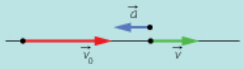
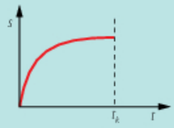
$$E_w = mc^2 \Rightarrow \Delta m = \frac{E_w}{c^2}$$

gdzie E_w – energia wiązania

na stronie 172

wyjaśnienie i więcej informacji w vademecum maturalnym Wydawnictwa Operon

1

Ruch	Prędkość	Przyspieszenie	Droga
Ruch jednostajnie opóźniony	Zależność wartości prędkości od czasu $v = v_0 - at$ v_0 – początkowa wartość prędkości v – wartość prędkości po czasie t Szybkość $v(t)$ jest liniową funkcją czasu. Wykresem zależności $v(t)$ jest linia prosta nachylona do osi czasu pod kątem α, takim, że $\text{tg}\,\alpha = a$. 	Kierunek, zwrot i wartość wektora przyspieszenia są stałe $a = \text{const.}$  Zwrot wektora przyspieszenia jest przeciwny do zwrotu wektora prędkości. 	Droga przebyta w czasie t przez ciało poruszające się ruchem jednostajnie opóźnionym jest kwadratową funkcją czasu, a jej wykres jest częścią paraboli.  W chwili t_k pojazd się zatrzymał. $s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ Przebyta droga w ruchu jednostajnie opóźnionym jest liczbowo równa polu figury zawartej między wykresem szybkości a osią czasu.

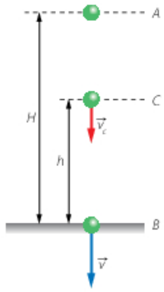
PRZYKŁAD

Przykładem ruchu jednostajnie przyspieszonego jest ruch spadającego ciała w pobliżu Ziemi. Rozpatrzmy przypadek, gdy piłka spada swobodnie z balkonu znajdującego się na wysokości 6 m.
Ruch piłki swobodnie spadającej jest na drodze $s = H$ jednostajnie przyspieszony.
$a = g$
W pobliżu Ziemi przyspieszenie piłki spadającej swobodnie (przyspieszenie grawitacyjne) zależy od szerokości geograficznej. W obliczeniach przyjmiemy wartość przyspieszenia ziemskiego $g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, które nazywamy przyspieszeniem ziemskim. Przy powierzchni innej planety przyspieszenie grawitacyjne jest inne.

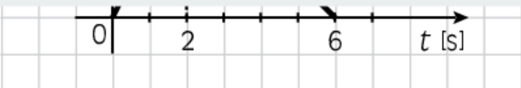
Jaki jest czas swobodnego spadania piłki z wysokości H?
$v_0 = 0$
$H = \frac{gt^2}{2}$
$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 1{,}1\,\text{s}$
Jaką szybkość piłka uzyska tuż przed zderzeniem z podłożem?
$v = at$
$a = g$
$v = gt = g \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{2H \cdot g} = 10{,}84\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Jaką szybkość ma piłka w punkcie C?
$s = H - h$

$H - h = \frac{gt_C^2}{2} \longrightarrow t_C = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$
$v_C = g \cdot t_C$
$v_C = \sqrt{2g(H-h)} = 7{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$



na stronie 14



Numer zadania	Poprawna odpowiedź i zasady przyznawania punktów	Liczba punktów
	3 pkt – Rozwiązanie poprawne – poprawne oznaczenie osi oraz – poprawne narysowanie wykresu podczas przyspieszania w czasie od 0 do 2 s oraz – poprawne narysowanie wykresu podczas opóźniania w czasie od 2 do 6 s 2 pkt – Pokonanie zasadniczych trudności zadania, które jednak nie zostało rozwiązane do końca poprawnie – poprawne narysowanie wykresu podczas przyspieszania w czasie od 0 do 2 s oraz – poprawne narysowanie wykresu podczas opóźniania w czasie od 2 do 6 s – niepoprawne oznaczenie osi 1 pkt – Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp – poprawne narysowanie wykresu podczas przyspieszania w czasie od 0 do 2 s oraz – niepoprawne narysowanie wykresu podczas opóźniania w czasie od 2 do 6 s – niepoprawne oznaczenie osi lub – niepoprawne narysowanie wykresu podczas przyspieszania w czasie od 0 do 2 s oraz – poprawne narysowanie wykresu podczas opóźniania w czasie od 2 do 6 s – niepoprawne oznaczenie osi 0 pkt – Rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu – niepoprawne narysowanie wykresu podczas przyspieszania w czasie od 0 do 2 s oraz – niepoprawne narysowanie wykresu podczas opóźniania w czasie od 2 do 6 s – niepoprawne oznaczenie osi lub – brak rozwiązania	
5.4.	Wykorzystanie informacji, że pole powierzchni pod wykresem prędkości oznacza pole przebyte przez ciało: $s=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 20=60\ \text{m}$ lub Obliczenie drogi jako sumy odcinków w ruchu przyspieszonym i opóźnionym: $s=s_1+s_2$ $s_1=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 2^2=20\ \text{m}$ $s_2=20\cdot 4-\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4^2=40\ \text{m}$ $s=20+40=60\ \text{m}$	0–2

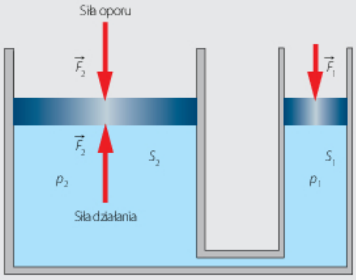
1

ZASTOSOWANIE PRAWA PASCALA

Prasa hydrauliczna składa się z dwóch cylindrów zaopatrzonych w ruchome tłoki o różnych powierzchniach S_1 i S_2, przy czym $S_1 << S_2$ połączonych rurą wypełnioną cieczą. Siła F_1, działając na powierzchnię S_1, wywiera ciśnienie $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$. Zgodnie z prawem Pascala o taką wartość wzrośnie ciśnienie w całej objętości cieczy. Zatem takie samo ciśnienie $p_2 = p_1$ woda wywiera na tłok S_2, działając siłą $F_2 = p_1 \cdot S_2$.

A więc $F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$.

Na powierzchnię S_2 będzie działać siła F_2 $n = \frac{S_2}{S_1}$ razy większa.

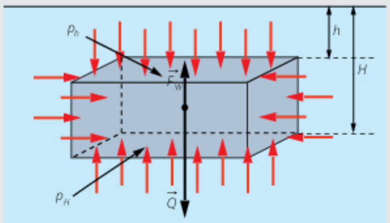


PRZYKŁAD

W życiu codziennym i w technice istnieją liczne zastosowania zasady naczyń połączonych.
Na tej zasadzie działają wodociągi miejskie. Również śluza wodna działa w ten sposób. Jest to urządzenie na kanale żeglownym umożliwiające łączność między obszarami wodnymi o różnych poziomach wody, zawierające jedną lub kilka komór śluzowych, ograniczonych zarówno od strony niższego, jak i wyższego poziomu wody ruchomymi zamknięciami.

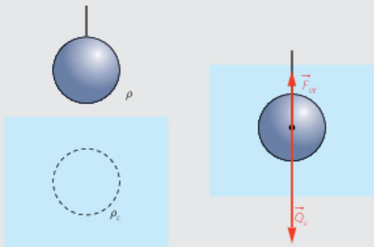
PRAWO ARCHIMEDESA

Ważnym skutkiem zależności ciśnienia hydrostatycznego od wysokości słupa cieczy w jednorodnym polu grawitacyjnym przy powierzchni Ziemi jest (prawo Archimedesa) siła wyporu.



W cieczy zanurzona jest metalowa kostka. Na każdą ze ścianek kostki ciecz wywiera ciśnienie. Ciśnienie p_H wywierane na dolną ściankę jest większe od ciśnienia p_h wywieranego na ściankę górną:
$p_h = \rho_c \cdot g \cdot h$, $p_H = \rho_c \cdot g \cdot H$, $H > h \rightarrow p_H > p_h$.
Różnica ciśnień p_H i p_h jest przyczyną istnienia **siły wyporu** $F_w = \rho_c \cdot g \cdot V$.

gdzie: ρ – gęstość cieczy lub gazu, w którym znajduje się ciało, g – przyspieszenie grawitacyjne, V – objętość wypieranego płynu równa objętości części ciała zanurzonego w płynie.



Metalowa kulka o gęstości ρ i objętości V ma ciężar:
$$Q = \rho \cdot V \cdot g$$
Działa na nią bardzo mała siła wyporu pochodząca od powietrza.
W cieczy zaznaczono obszar o wielkości kulki. Ciecz zawarta w tym obszarze ma ciężar:
$$Q_c = \rho_c \cdot V \cdot g.$$
Kulka zajęła zaznaczony w cieczy obszar. Działa na nią siła wyporu o wartości ciężaru wypartej cieczy:
$$F_w = Q_c$$
$$F_w = \rho_c \cdot g \cdot V$$
Powyższe rozumowanie pozwala sformułować prawo Archimedesa w następujący sposób:
Na każde ciało zanurzone w cieczy (lub gazie) działa siła wyporu o kierunku pionowym i zwrocie w górę, równa co do wartości ciężarowi wypartego płynu.

60 | MECHANIKA

na stronie 60

pa
ców

2

2

– niepoprawne podanie wszystkich odpowiedzi lub
– brak odpowiedzi

wyjaśnienie i więcej informacji w vademecum maturalnym Wydawnictwa Operon

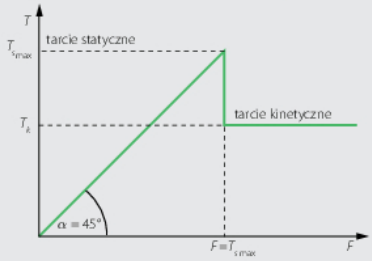
1

1.5. SIŁY OPORU

Zwrot siły oporu ruchu jest zawsze skierowany przeciwnie do zwrotu prędkości ciała lub siły wprawiającej ciało w ruch.

TARCIE

Siły przeciwdziałające ruchowi na styku dwóch ciał nazywamy siłami tarcia.



$\vec{T}_s$ – siła tarcia statycznego (spoczynkowego)
$\vec{T}_k$ – siła tarcia kinetycznego (poślizgowego)
$T_{s\,max} = \mu_s F_N$
$T_k = \mu_k F_N$
μ_s – współczynnik tarcia statycznego
μ_k – współczynnik tarcia kinetycznego
F_N – siła nacisku

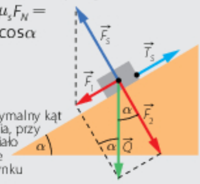
Współczynnik tarcia kinetycznego przy niewielkich szybkościach nie zależy od szybkości ślizgających się ciał.
Zaczepiające się nierówności powierzchni trących obu ciał oddziałują na siebie zgodnie z trzecią zasadą dynamiki. Gdy $F = T_{max}$, ciało jest jeszcze w spoczynku. Wprawia je w ruch siła $F > T_{max}$.
Na ciało przesuwające się ruchem jednostajnym po niezmiennym podłożu działa ze strony podłoża stała siła tarcia kinetycznego. Siła ta jest mniejsza niż maksymalna siła tarcia statycznego.
$\vec{T}$ – siła, z jaką podłoga działa na skrzynię podczas przesuwania skrzyni
$\vec{T}_p$ – siła, z jaką skrzynia działa na podłogę podczas przesuwania skrzyni

SIŁY OPORU OŚRODKA

Siły oporu występują również, gdy ciało porusza się z pewną szybkością w ośrodku, jak kropla deszczu w powietrzu.
Siła oporu ośrodka działająca na spadające ciało jest zwrócona przeciwnie do siły przyciągania ziemskiego. Jej wartość przy niezbyt dużych prędkościach rośnie wraz z szybkością tego ciała $F_{op} \sim v$, $\vec{F}_{op} = -b\vec{v}$; b – zależy od kształtu i rozmiaru ciała oraz właściwości ośrodka.
Zaniedbując bardzo małą siłę wyporu, możemy zapisać, że siła wypadkowa $\vec{F} = \vec{Q} + \vec{F}_{op}$, a jej wartość $F = Q - F_{op}$ zmienia się podczas ruchu: $ma = mg - bv$.
Ruch kropli w ośrodku jest niejednostajnie przyspieszony. Gdy $F_{op} = Q$, kropla osiąga maksymalną szybkość, wartość siły wypadkowej jest równa zeru, a jej ruch od tego momentu jest jednostajny.
Szybkość graniczna (maksymalna) kropli deszczu jest niewielka. Większa jest szybkość graniczna kulek gradowych i ich uderzenia są mocniejsze.

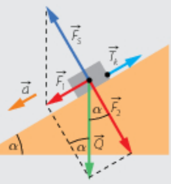
ROZKŁAD SIŁ NA RÓWNI

Ciało jest w spoczynku, gdy siła tarcia statycznego T_s równoważy siłę zsuwającą F_1. Ciało jest w ruchu jednostajnym, gdy siła tarcia kinetycznego T_k równoważy siłę zsuwającą F_1.
$\vec{F}_1 + \vec{T}_s = \vec{0}$ $\quad F_1 = T_s$
$T_{s\,max} = \mu_s F_N =$
$= \mu_s mg\cos\alpha$
$F_N = F_2$

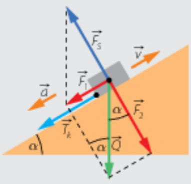


α – maksymalny kąt nachylenia, przy którym ciało pozostaje w spoczynku

Ciało zsuwa się z równi w dół ruchem jednostajnie przyspieszonym.
$F_1 > T_k$, $F_1 = mg\sin\alpha$
$F_w = F_1 - T_k$
$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 - \vec{T}_k}{m}$



Ciało pchnięto w górę równi (ruch jednostajnie opóźniony).
$a = \frac{F_1 + T_k}{m}$
$a = g(\sin\alpha + \mu_k \cos\alpha)$



22 | MECHANIKA

na stronie 22

Numer zadania	Poprawna odpowiedź i zasady przyznawania punktów	Liczba punktów
	5 pkt – Rozwiązanie poprawne – poprawne zastosowanie zasady zachowania energii oraz – zapisanie wzorów na pracę przeciwko sile tarcia oraz – zapisanie wzorów na drogę wzdłuż równi pochyłej oraz – poprawne wyznaczenie wzoru na wysokość ciała h_2 oraz – poprawne obliczenie wysokości h_2 wraz z jednostką 4 pkt – Pokonanie zasadniczych trudności zadania, które zostało rozwiązane do końca, ale w którym występują usterki nieprzekreślające poprawności rozwiązania – poprawne zastosowanie zasady zachowania energii oraz – zapisanie wzorów na pracę przeciwko sile tarcia oraz – zapisanie wzorów na drogę wzdłuż równi pochyłej oraz – poprawne wyznaczenie wzoru na wysokość ciała h_2 oraz – niepoprawne obliczenie wysokości h_2 wraz z jednostką lub bez jednostki 3 pkt – Pokonanie zasadniczych trudności zadania, które jednak nie zostało rozwiązane do końca poprawnie – poprawne zastosowanie zasady zachowania energii oraz – zapisanie wzorów na pracę przeciwko sile tarcia oraz – zapisanie wzorów na drogę wzdłuż równi pochyłej oraz – niepoprawne wyznaczenie wzoru na wysokość ciała h_2 oraz – brak wyniku 2 pkt – Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp – poprawne zastosowanie zasady zachowania energii oraz – zapisanie wzorów na pracę przeciwko sile tarcia oraz – niepoprawne zapisanie wzorów na drogę wzdłuż równi pochyłej oraz – niepoprawne wyznaczenie wzoru na wysokość ciała h_2 oraz – brak wyniku lub – poprawne zastosowanie zasady zachowania energii oraz – niepoprawne zapisanie wzorów na pracę przeciwko sile tarcia oraz – zapisanie wzorów na drogę wzdłuż równi pochyłej oraz – niepoprawne wyznaczenie wzoru na wysokość ciała h_2 oraz – brak wyniku 1 pkt – Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do całkowitego rozwiązania zadania – poprawne zastosowanie zasady zachowania energii oraz – niepoprawne zapisanie wzorów na pracę przeciwko sile tarcia oraz – niepoprawne zapisanie wzorów na drogę wzdłuż równi pochyłej oraz – niepoprawne wyznaczenie wzoru na wysokość ciała h_2 oraz – brak wyniku 0 pkt – Rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu – niepoprawne zastosowanie zasady zachowania energii oraz – niepoprawne zapisanie wzorów na pracę przeciwko sile tarcia lub ich brak oraz – niepoprawne zapisanie wzorów na drogę wzdłuż równi pochyłej lub ich brak oraz – niepoprawne wyznaczenie wzoru na wysokość ciała h_2 lub jego brak oraz – brak wyniku lub – brak rozwiązania	

wyjaśnienie i więcej informacji
w vademecum maturalnym Wydawnictwa Operon

1

1.8. UOGÓLNIONA POSTAĆ DRUGIEJ ZASADY DYNAMIKI

Drugiej zasady dynamiki w postaci:

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$$

nie można stosować do opisu ruchu ciała, którego masa (miara bezwładności) się zmienia. Jeśli powyższe równanie zapiszemy w postaci:

$$\frac{v_2-v_1}{\Delta t}=\frac{F}{m}$$

i wprowadzimy pojęcie pędu, gdzie pęd $\vec{p}=m\vec{v}$, to otrzymamy wyrażenie $\vec{F}\Delta t=m\vec{v}_2-m\vec{v}_1$.

Ponieważ $\vec{p}_1=m\vec{v}_1$, $\vec{p}_2=m\vec{v}_2$, to drugą zasadę dynamiki możemy zapisać następująco:

$$\Delta\vec{p}=\vec{F}\Delta t,\ [\Delta p]=\left[\mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right],$$

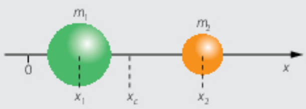
czyli zmiana pędu ciała zależy od wielkości siły wypadkowej oraz czasu jej działania.
Zmianę pędu ciała (układu ciał) powoduje jedynie niezrównoważona siła zewnętrzna. Ta sama zmiana pędu może się dokonać albo w długim odstępie czasu Δt przy małej sile F, albo w bardzo krótkim odstępie czasu, lecz przy dużej sile.

1.8.1. Środek masy

Dla każdego układu ciał można zdefiniować punkt w przestrzeni, zwany **środkiem masy**, mający własność pojedynczego ciała o masie równej sumie mas ciał tworzących układ. Prawa ruchu dla poszczególnych ciał tworzących układ można zastąpić prawami ruchu środka masy.

$$x_c=\frac{m_1x_1+m_2x_2+\ldots+m_nx_n}{m_1+m_2+\ldots+m_n}$$

x_c – współrzędna położenia środka masy
$x_1, x_2, \ldots x_n$ – współrzędne położenia poszczególnych ciał układu
$m_1, m_2, \ldots m_n$ – masy poszczególnych ciał układu
Dla dwu kulek o masach m_1 i m_2, takich, że $m_1=2m_2$, $x_1=2$ cm, $x_2=7$ cm:



$$x_c=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}=\frac{2m_2\cdot 2+m_2\cdot 7}{2m_2+m_2},\ x_c=\frac{11}{3}=3{,}67\ \mathrm{cm}$$

Wektor położenia środka masy dla n ciał jest równy:

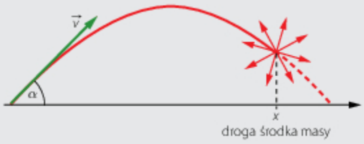
$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}m_ix_i}{\sum_{i=1}^{n}m_i}$$

Pęd środka masy układu *n* ciał równa się sumie geometrycznej pędów poszczególnych ciał.
Gdy ruch odbywa się po prostej, to:

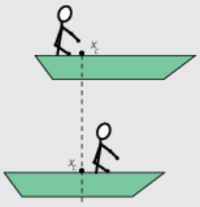
$$\vec{p}_c=\vec{p}_1+\vec{p}_2+\ldots+\vec{p}_n,$$
$$m\vec{v}_c=m\vec{v}_1+m\vec{v}_2+\ldots+m\vec{v}_n,$$

stąd:

$$v_c=\frac{m_1v_1+m_2v_2+\ldots+m_nv_n}{m_c}$$



Pocisk wystrzelony z działa ukośnie względem poziomu odbywa ruch po torze parabolicznym. W pewnej chwili pod wpływem sił wewnętrznych pocisk ulega rozerwaniu. Rozerwanie się pocisku nie wpływa na ruch środka masy. Każdy z odłamków porusza się własnym torem, ale ruch środka masy układu odłamków odbywa się, jakby rozerwanie nie nastąpiło. Prędkość środka masy pod wpływem sił wewnętrznych nie ulega zmianie.



Podczas przemieszczania się człowieka wzdłuż łódki (oddziaływanie człowieka i łódki siłami wewnętrznymi) łódka przesuwa się w kierunku przeciwnym do ruchu człowieka, środek masy tego układu zachowuje swoje położenie. Omawiane twierdzenie odnosi się nie tylko do ruchu postępowego, lecz również do obrotowego. Układ Ziemia–Księżyc obraca się wokół wspólnego środka masy, który prawie pokrywa się ze środkiem Słońca. Wspomniany środek masy nie przemieszcza się, gdyż i w tym przypadku na układ Z–K nie działają siły zewnętrzne.

na stronie 26

– niepoprawne zapisanie obu równań i niepoprawne obliczenie współrzędnych środka masy
– niepoprawne obliczenie odległości środka masy od masy m_3
lub
– brak rozwiązania

7.1. BUDOWA I WŁASNOŚCI JĄDER ATOMOWYCH

SKŁAD I ŁADUNEK JĄDER ATOMOWYCH

Każdy atom można opisać, podając jego symbol X oraz **liczbę atomową** Z i **liczbę masową** A.

Z – liczba atomowa (liczba porządkowa pierwiastka w układzie Mendelejewa). Określa ładunek dodatni jądra (jako wielokrotność ładunku elementarnego), czyli odpowiada liczbie protonów w jądrze oraz liczbie elektronów w powłokach elektronowych atomu niezjonizowanego.

A – liczba masowa, czyli suma liczby protonów i neutronów

N – liczba neutronów.

$$A = N + Z,\ N = A - Z$$

$^A_Z X$, np. $^{238}_{92}U$: $238 - 92 = 146$ neutronów, 92 protony i 92 elektrony.

Neutrony i protony noszą wspólną nazwę nukleonów.

Właściwości chemiczne pierwiastków prawie całkowicie zależą od liczby atomowej Z, natomiast minimalnie od masy atomowej. Wyjątkiem jest wodór.

IZOTOPY

Atomy danego pierwiastka mogą występować w różnych odmianach, przy czym niezmienna jest liczba protonów. Zachowany jest dodatni ładunek jądra, zmianie ulega liczba neutronów, a w związku z tym liczba masowa A.

Na przykład: wodór występuje w trzech odmianach izotopowych:

^1_1H – wodór normalny stanowiący 99,98% całego wodoru występującego w przyrodzie,

^2_1H – deuter – wodór ciężki, stanowiący 0,02%,

^3_1H – tryt – odmiana spotykana bardzo rzadko.

Odmiany izotopów uranu:

$^{234}_{92}U$ – bardzo rzadki,

$^{235}_{92}U$ – około 0,7%,

$^{238}_{92}U$ – około 99,3%,

$^{239}_{92}U$ – otrzymywany na drodze sztucznych przemian jądrowych.

MASA JĄDRA ATOMOWEGO

Prawie cała masa atomu skupiona jest w jądrze

$$M_j \cong Au,$$

gdzie $u = \frac{1}{12}$ masy niezjonizowanego atomu węgla ^{12}C nazywana jest jednostką masy atomowej.

Jednostka masy atomowej $1u = 1{,}6654^{-27}$ kg.

Masę jądra wyrażamy w jednostkach masy atomowej u. Masa jądra jest mniejsza od sumy mas tworzących je nukleonów.

GĘSTOŚĆ MATERII JĄDROWEJ

Przyjmując w przybliżeniu, że jądro ma kształt kulisty, obliczamy gęstość materii jądrowej:

$$\rho = \frac{M_j}{V}$$

$$\rho = \frac{Au}{\frac{4\pi R^3}{3}} = \frac{3u}{4\pi R_0^3}$$

Gęstość materii jądrowej jest stała i nie zależy od liczby nukleonów w jądrze. Dla średniego promienia jądra R_0 gęstość materii jądrowej wynosi:

$$\rho = 2{,}3 \cdot 10^{17}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Gęstość materii jądrowej jest ogromna, nieporównywalna z gęstościami substancji złożonych z atomów i ich związków.

Jak dotąd nie udało się uzyskać szczegółowych danych dotyczących struktury rozkładu nukleonów w jądrze. Do badania struktury jąder potrzebne są akceleratory przyspieszające elektrony do takiej energii, aby odpowiadająca im długość fali była krótsza od wymiarów nuklidów, uzyskane w ten sposób dane są dokładniejsze.

ROZMIARY JĄDER ATOMOWYCH

Odległości jądrowe często wyrażamy w femtometrach:

$$1\ \text{fm} = 10^{-15}\ \text{m}$$

Średni promień jądra R zależy od $A^{\frac{1}{3}}$ (wzór otrzymany empirycznie) i wynosi:

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}$$

$$R_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-15}\ \text{m}$$

$$R_0 = 1{,}2\ \text{fm}$$

Rozmiary liniowe jąder są uwarunkowane siłami jądrowymi oddziałujących nukleonów. Średnica jądra uranu: $d_U = 14{,}9 \cdot 10^{-15}\ \text{m} = 14{,}9\ \text{fm}$.

Obszar jądra można określić jako część obszaru atomu, na zewnątrz której nie działają jądrowe siły przyciągania między nukleonami.

DEFICYT MASOWY

Masa spoczynkowa jądra jest mniejsza od sumy mas jego składników. Do utrzymania protonów i neutronów w jądrze potrzebna jest energia wiązania. Wyrażamy ją przez deficyt masy. Całkowita energia wiązania jądra jest równa pracy potrzebnej do rozbicia jądra na składowe nukleony bez nadania im energii kinetycznej.

$$\Delta m = \sum m_{\text{składników}} - m_{\text{jąder}}$$

$$E_w = mc^2 \Rightarrow \Delta m = \frac{E_w}{c^2}$$

gdzie E_w – energia wiązania

7

	– poprawny wybór 0 pkt – Rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu – niepoprawna odpowiedź lub brak odpowiedzi	

W skorupie ziemskiej, atmosferze oraz morzach i oceanach znajduje się wiele pierwiastków promieniotwórczych. W górnych warstwach atmosfery ziemskiej pod wpływem promieniowania kosmicznego i wiatru słonecznego tworzą się izotopy promieniotwórcze, węgiel $^{14}_{6}C$, tryt $^{3}_{1}H$. Neutrony, zderzając się z atomami azotu, wywołują reakcję jądrową $^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n = ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}p$. Promieniotwórczy izotop węgla $^{14}_{6}C$, który powstał w wyniku tej reakcji, łącząc się z tlenem, tworzy promieniotwórczy dwutlenek węgla i zostaje przyswojony przez rośliny w procesie fotosyntezy, a następnie jako składnik pokarmów dostaje się do organizmów zwierząt i ludzi.

Począwszy od chwili śmierci organizmu zaczyna pracować zegar radioaktywny – zawartość radioaktywnego węgla maleje zgodnie z prawem rozpadu radioaktywnego. Na podstawie pomiarów próbek organicznych można obliczyć czas, jaki upłynął od śmierci organizmu, lub czas życia przedmiotu wykonanego z materiału organicznego.

Promieniotwórczy potas $^{40}_{19}K$, znajdujący się w glebie, na skutek przemian β^- zamienia się w stabilny argon $^{40}_{18}Ar$. Mierząc stosunek liczby jąder argonu do liczby jąder potasu, można obliczyć wiek złóż geologicznych.

PRZYKŁAD

Zadanie

Jaki procent z pierwotnej liczby jąder pewnego pierwiastka pozostanie po upływie 30 dni? Okres połowicznego rozpadu tego pierwiastka wynosi 20 dni.

Rozwiązanie

Przyjmijmy:

x – liczba jąder po czasie t

x_0 – liczba jąder w chwili $t_0 = 0$

$\frac{x}{x_0}$ – ułamek dziesiętny liczby jąder, która pozostała po czasie t

$$x = x_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$$

$$\frac{x}{x_0} = 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$$

$$\frac{x}{x_0} = 2^{-\frac{30}{20}} = 2^{-\frac{3}{2}} = 0{,}35$$

Odpowiedź: Pozostało 35% jąder.

SZEREGI PROMIENIOTWÓRCZE

Powstające w procesie rozpadu promieniotwórcze pierwiastki tworzą tzw. **szeregi promieniotwórcze**. Naturalne pierwiastki promieniotwórcze występujące na Ziemi podzielono na trzy rodziny mające pierwiastki macierzyste: uran (^{238}U), aktyn (^{235}U) i tor (^{232}Th). Pierwiastek macierzysty każdej z trzech rodzin ma długi czas połowicznego zaniku, np. dla ^{238}U wynosi 4,5 miliarda lat. Przejścia między poszczególnymi członami naturalnych rodzin promieniotwórczych przez kolejne rozpady α i β kończą się na trwałych jądrach izotopu ołowiu Pb.

Oprócz tych trzech istnieje jeszcze czwarta rodzina promieniotwórcza, dla której pierwiastkiem macierzystym jest neptun ^{237}Np. Wiele członów tej rodziny uległo całkowitemu rozpadowi.

Można ściśle określić, ile powinno zajść rozpadów α i β, aby dane jądro wyjściowe przekształciło się w jądro końcowe, np.

$$^{238}_{92}U \rightarrow \ldots \rightarrow ^{206}_{82}Pb$$

$$n_\alpha = \frac{(A_1 - A_2)}{4}$$

$$n_\beta = 2n_\alpha - (Z_1 - Z_2)$$

$$n_\alpha = \frac{238 - 206}{4} = \frac{32}{4} = 8$$

$$n_\beta = 2 \cdot 8 - (92 - 82) = 16 - 10 = 6$$

Najdłuższy czas połowicznego zaniku dla pierwiastka z danej rodziny:

a) tor $^{232}_{99}Th$, $T_{\frac{1}{2}} = 14{,}05$ mld lat,

b) neptun $^{237}_{83}Np$, $T_{\frac{1}{2}} = 2{,}14$ mln lat,

c) uran $^{238}_{92}U$, $T_{\frac{1}{2}} = 4{,}5$ mld lat,

d) uran $^{235}_{92}U$, $T_{\frac{1}{2}} = 0{,}704$ mld lat.

7

0 pkt – Rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu
– niepoprawna odpowiedź lub brak odpowiedzi

wyjaśnienie i więcej informacji w vademecum maturalnym Wydawnictwa Operon

PRZEMIANY GAZU DOSKONAŁEGO

stan równowagi

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}=...=\frac{p_nV_n}{T_n}$$

parametry stanu gazu:

p_1, V_1, T_1

m = const, N = const

$U_1 = N\frac{3}{2}kT_1$

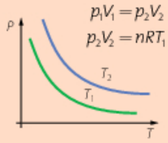
PRZEMIANA IZOTERMICZNA

Prawo Boyle'a–Mariotte'a

T = const

Parametry stanu gazu: p i V ulegają zmianie

pV = const, $p \sim \frac{1}{V}$



$p_1V_1 = p_2V_2$

$p_2V_2 = nRT_1$

Energia wewnętrzna jest stała

U = const

$U_1 = U_2 = N\frac{3}{2}kT_1$

$\Delta U = U_2 - U_1 = 0$

Sprężenie izotermiczne

Pracę wykonują siły zewnętrzne

$W > 0$

$W = nRT\ln\frac{p_1}{p_2}$

Ciepło oddane do otoczenia

$Q < 0$, $Q = -W$

Rozprężanie izotermiczne

Pracę wykonuje gaz

$W < 0$

Ciepło pobrane z otoczenia

$Q < 0$, $Q = -W$

Praca w przemianie izotermicznej gazu doskonałego jest równa polu powierzchni figury zawartej pod izotermą.

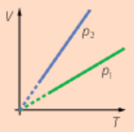
PRZEMIANA IZOBARYCZNA

Prawo Gay-Lussaca

p = const

Parametry stanu gazu: V i T ulegają zmianie

$\frac{V}{T}$ = const, $V \sim T$



$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

$p_1V_2 = nRT_2$

$p_1 > p_2$

Izobary dla różnych ciśnień

Energia wewnętrzna wprost proporcjonalna do temperatury w skali bezwzględnej

$U \sim T$, $U_2 = N\frac{3}{2}kT_2$

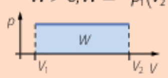
$\Delta U = N\frac{3}{2}k\Delta T$ $\Delta U = nC_v\Delta T$

Sprężenie izobaryczne

$\Delta V < 0$ objętość gazu maleje

Praca wykonana nad gazem

$W > 0$, $W = -p_1(V_2 - V_1)$



Gaz oddaje ciepło, $Q_p < 0$,

$Q_p = nC_p\Delta T$

Energia wewnętrzna gazu maleje mniej, niż wynosi oddane przez gaz ciepło, bo równocześnie siła zewnętrzna wykonuje nad gazem pracę.

$\Delta U < 0$, $\Delta U = nC_v\Delta T$

Rozprężanie izobaryczne

$\Delta V > 0$. Pracę wykonuje gaz

$W < 0$, $W = -p\Delta V$

Gaz pobiera ciepło z otoczenia

$Q_p > 0$ $Q_p = \Delta U + W$

Rośnie temperatura gazu i energia wewnętrzna

$\Delta U > 0$, $\Delta U = nC_p\Delta T - nR\Delta T = n\Delta T(C_p - R)$, $\Delta U = nC_V\Delta T$

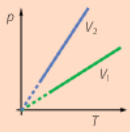
PRZEMIANA IZOCHORYCZNA

Prawo Charlesa

V = const

Parametry stanu gazu: p i T ulegają zmianie

$\frac{p}{T}$ = const, $p \sim T$



$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

$p_2V_1 = nRT_2$

$V_1 > V_2$

Izochory dla różnych objętości

Energia wewnętrzna wprost proporcjonalna do temperatury w skali bezwzględnej

$U \sim T$

$U_2 = N\frac{3}{2}kT_2$

$\Delta U = N\frac{3}{2}k\Delta T$ $\Delta U = nC_v\Delta T$

$V_2 = V_1$

$W = 0$

Zmiana energii wewnętrznej gazu podczas zmiany temperatury o ΔT jest równa ciepłu wymienionemu z otoczeniem Q_V

$\Delta U = Q_V$

Gdy gaz pobiera ciepło, jego temperatura, energia wewnętrzna i ciśnienie rosną.

Gdy gaz oddaje ciepło, jego temperatura, energia wewnętrzna i ciśnienie maleją.

$Q_V = nC_V\Delta T$

Przemiany gazu doskonałego | 85

3

na stronie 85

Numer zadania	Poprawna odpowiedź i zasady przyznawania punktów	Liczba punktów
	2 pkt – Rozwiązanie poprawne – narysowanie poprawnie czterech sił oraz – podanie ich nazw 1 pkt – Pokonanie zasadniczych trudności zadania, które jednak nie zostało rozwiązane do końca poprawnie – narysowanie poprawnie czterech sił oraz – niepodanie wszystkich nazw 0 pkt – Rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu – niepoprawne narysowanie sił – niepodanie wszystkich nazw lub – brak rozwiązania	
17.2.	Poprawna odpowiedź: Wyznaczenie składowych siły ciężkości w kierunku prostopadłym i równoległym do podłoża równi: $F = mg \cdot \sin\alpha$ $N = mg \cdot \cos\alpha$ Zapisanie równania równowagi dla sił działających wydłuż równi pochyłej: $F = F_s + T$ Wyznaczenie masy ciała i obliczenie jej wartości: $mg \cdot \sin\alpha = kx + \mu \cdot mg \cdot \cos\alpha$ $m = \frac{kx}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = \frac{20 \cdot 0{,}05}{10 \cdot \left(0{,}5 - 0{,}25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \approx 360 \text{ g}$	0–3
	3 pkt – Rozwiązanie poprawne – poprawne wyznaczenie wzorów na składowe siły ciężkości oraz – zastosowanie równania równowagi sił wzdłuż równi oraz – obliczenie masy ciała z jednostką 2 pkt – Pokonanie zasadniczych trudności zadania, które jednak nie zostało rozwiązane do końca poprawnie – poprawne wyznaczenie wzorów na składowe siły ciężkości oraz – zastosowanie równania równowagi sił wzdłuż równi oraz – brak obliczenia masy ciała z jednostką 1 pkt – Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp – poprawne wyznaczenie wzorów na składowe siły ciężkości oraz – błędne zastosowanie równania równowagi sił wzdłuż równi oraz – brak obliczenia masy ciała z jednostką lub – niepoprawne wyznaczenie wzorów na składowe siły ciężkości oraz – zastosowanie równania równowagi sił wzdłuż równi oraz – brak obliczenia masy ciała z jednostką 0 pkt – Rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu – niepoprawne wyznaczenie wzorów na składowe siły ciężkości oraz – błędne zastosowanie równania równowagi sił wzdłuż równi oraz – brak obliczenia masy ciała z jednostką lub – brak rozwiązania	

wyjaśnienie i więcej informacji
w vademecum maturalnym Wydawnictwa Operon

1

WAHADŁO MATEMATYCZNE

Wahadło matematyczne to wyidealizowane wahadło proste, czyli mała kulka (punkt materialny) o masie m zawieszona na nieważkiej i nierozciągliwej nici w jednorodnym polu grawitacyjnym. Siłą wprawiającą wahadło w ruch jest wypadkowa siły ciężkości $m\vec{g}$ i reakcji nici $\vec{F}_N$. Wartość wypadkowej siły:

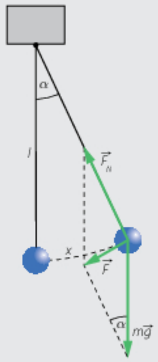
$$F = mg\sin\alpha,\ \text{gdy}\ \alpha < 7^\circ,\ \sin\alpha = \frac{x}{l}$$

$$F = \frac{mg}{l}\cdot x,\ \text{ale}\ F = kx,\ \text{więc}\ \frac{mg}{l} = k$$

Dla małych wychyleń cechy siły wypadkowej są takie same jak siły sprężystości, a więc $\frac{mg}{l}x = m\omega^2 x$, toteż **okres drgań wahadła matematycznego:**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Raz wprawione w ruch wahadło (jeśli możemy zaniedbać opory ruchu) wykonuje drgania o niezmieniającym się okresie zwanym okresem drgań własnych.

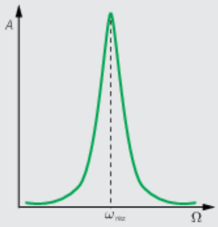


DRGANIA WYMUSZONE. REZONANS

Drgania ciała może wywoływać zewnętrzna siła zmieniająca się okresowo, zwana **siłą wymuszającą** $F = F_0\sin\Omega t$.

Drgania wymuszane mają częstotliwość f taką samą, jak okresowo zmienna siła, ale na ogół różną od częstotliwości własnej ciała. Jeżeli częstotliwość siły wymuszającej i częstotliwość drgań własnych są sobie równe, amplituda osiąga wartość maksymalną. Takie zjawisko nazywamy **rezonansem**, a częstotliwość wymuszającą drgania rezonansowe **częstotliwością rezonansową**.

Rezonans jest stosowany w celu wzmocnienia drgań nie tylko mechanicznych, lecz także akustycznych i elektrycznych.



PRZYKŁAD 2

W roku 1940 most Tahoma Narrows w USA, cztery miesiące po oddaniu do użytku, zawalił się w wyniku rezonansu wywołanego przez wiatr. Stosunkowo słabe porywy wiatru pojawiające się z częstotliwością zbliżoną do częstotliwości drgań własnych mostu stopniowo zwiększały amplitudę drgań, co doprowadziło do zawalenia.

DRGANIA TŁUMIONE

Drgania odbywające się w warunkach rzeczywistych, w dowolnym ośrodku materialnym, zawsze wiążą się z przekazywaniem energii otoczeniu w związku z pokonywaniem sił oporu. W wyniku wykonywanej pracy energia ciała drgającego maleje, zmienia się też amplituda drgań. Drgania niepodtrzymywane siłą zewnętrzną ulegają tłumieniu, stopniowo zmniejszają swoją amplitudę i zanikają. Okres drgań tłumionych jest dłuższy niż w sytuacji braku tłumienia. Podane równania są słuszne przy tłumieniu umiarkowanym. Do tłumienia drgań w pojazdach stosuje się amortyzatory, w fortepianie zaś tłumiki.

Zależność wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym tłumionym przy niewielkim tłumieniu.

na stronie 44


MATURA 2017
MATURA 2017
VADEMECUM
Język polski
ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY